



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**ACERCAMIENTO AL FANTÁSTICO MUNDO DE LAS CANTIDADES
NEGATIVAS. UNA PROPUESTA METODOLÓGICA PARA CONCEPTUALIZAR
LA NOCIÓN DE NÚMERO ENTERO NEGATIVO Y SUS OPERACIONES CON
ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO.**

GUILLERMO ELÍAS ACOSTA MUÑOZ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

MANIZALES, COLOMBIA

2014



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**ACERCAMIENTO AL FANTÁSTICO MUNDO DE LAS CANTIDADES
NEGATIVAS. UNA PROPUESTA METODOLÓGICA PARA CONCEPTUALIZAR
LA NOCIÓN DE NÚMERO ENTERO NEGATIVO Y SUS OPERACIONES CON
ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO.**

GUILLERMO ELÍAS ACOSTA MUÑOZ

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

Gonzalo Medina Arellano.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

MANIZALES, COLOMBIA

2014

Resumen

Acercamiento al fantástico mundo de las cantidades negativas. Una propuesta metodológica para conceptualizar la noción de número entero negativo y sus operaciones con estudiantes de grado séptimo.

El propósito de este trabajo es diseñar una unidad didáctica para superar los obstáculos en el aprendizaje del concepto de número entero negativo y sus operaciones, dirigida a los estudiantes de grado séptimo de la Escuela Normal Superior Sagrado Corazón Aranzazu Caldas. Para ello, se utilizó instrumentos como: pretest, unidad didáctica y posttest entregados a los estudiantes. Este trabajo se centra en la construcción del número entero a partir de la significación del número negativo siendo una propuesta que inicia ideas prácticas y pedagógicas, que refuerzan el abordaje de este concepto matemático y que articula elementos orientados por los Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, al favorecer el desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes de grado séptimo relativo al significado del número y sus operaciones.

Palabras clave

Número entero negativo, unidad didáctica, conceptualizar

Acercamiento al fantástico mundo de las cantidades negativas. Una propuesta metodológica para conceptualizar la noción de número entero negativo y sus operaciones con estudiantes de grado séptimo

Abstract

**Approach to the fantastic world of negative quantities.
Methodological proposal to conceptualize the notion of negative
integer numbers and its operations with seventh graders.**

The purpose of this paper is to design a teaching unit to overcome obstacles in learning of the concept of negative integer and its operations, targeting seventh grade students of the Escuela Normal Superior Sagrado Corazón Aranzazu Caldas. For this were used instruments such as: pretest, teaching unit and posttest given to students. This work is focused on construction of integer number from the significance and pedagogical ideas that reinforce the approach of this mathematical concept and articulates element guided by the Curriculum Guidelines and Basic Standards of skills in Mathematics, to favor the development of numerical in seventh grade students on the significance of the number and operations.

Keywords

Negative integer, teaching unit, conceptualize

CONTENIDO

Resumen.....	V
Lista de gráficas.....	X
Lista de tablas.....	XII
1 Introducción.....	1
2 Objetivos.....	3
2.1 Objetivo general:.....	3
2.2 Objetivos Específicos:.....	3
3 Justificación.....	4
4 Marco teórico.....	6
4.1 Estado del arte sobre el número entero negativo.....	6
4.2 Importancia del número entero negativo.....	8
4.2.1 Estándares de Matemáticas.....	9
4.2.2 Estándares de matemáticas grado séptimo.....	11
4.3 Nociones de los estudiantes sobre los números negativos.....	13
4.4 Obstáculo Epistemológico.....	16
4.4.1 Contribución de Glaeser: Obstáculos epistemológicos en los números negativos.....	19
4.4.2 Otras aportaciones a la epistemología de los números negativos.....	21
4.5 Apuntes Históricos del número entero negativo.....	22
4.6 Curiosidades.....	23
4.7 Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias en matemáticas.....	23
5 Metodología.....	26
5.1 Marco Metodológico.....	26
5.2 Metodología de la investigación.....	26
5.3 Descripción de las variables.....	27
6 Análisis e interpretación de la información.....	28
6.1 Análisis e interpretación de la información del pretest y el posttest del grado 7º1	28
6.1.1 Análisis de Frecuencias: pretest por temas 7º1.....	34

Contenido

6.1.2	Análisis de Frecuencias: postest por temas 7º1	39
6.1.3	Análisis de Frecuencias: pretest por preguntas acertadas 7º1	44
6.1.4	Análisis de Frecuencias: postest por preguntas acertadas 7º1	45
6.1.5	Análisis de Frecuencias: pretest por preguntas incorrectas 7º1	46
6.1.6	Análisis de Frecuencias: postest por preguntas incorrectas 7º1	47
6.2	Análisis e interpretación de la información del pretest y el postest del grado 7º2 49	
6.2.1	Análisis de Frecuencias: pretest por temas 7º2	54
6.2.2	Análisis de Frecuencias: postest por temas 7º2.....	59
6.2.3	Análisis de Frecuencias: pretest por preguntas correctas 7º2	64
6.2.4	Análisis de Frecuencias: postest por preguntas correctas 7º2	65
6.2.5	Análisis de Frecuencias: pretest por preguntas incorrectas 7º2	66
6.2.6	Análisis de Frecuencias: postest por preguntas incorrectas 7º2	67
7	Conclusiones y recomendaciones	69
7.1	Conclusiones.....	69
7.2	Recomendaciones.....	70
8	ANEXOS	71
8.1	Anexo N°1: Pretest números negativos	71
8.2	Anexo N°2: Unidad Didáctica	73
8.3	Anexo N°3: Postest números negativos	88
9	Bibliografía.....	90

Acercamiento al fantástico mundo de las cantidades negativas. Una propuesta metodológica para conceptualizar la noción de número entero negativo y sus operaciones con estudiantes de grado séptimo

Lista de gráficas

	Pág
<u>Gráfica N° 1</u>	Pretest preguntas acertadas y fallidas grado 7°1 28
<u>Gráfica N° 2</u>	Posttest preguntas acertadas y fallidas grado 7°1 28
<u>Gráfica N° 3</u>	Recta numérica 7°1 pretest 29
<u>Gráfica N° 4</u>	Recta numérica 7°1 potest 29
<u>Gráfica N° 5</u>	Números opuestos 7°1 pretest 30
<u>Gráfica N° 6</u>	Números opuestos 7°1 potest 30
<u>Gráfica N° 7</u>	Suma 7°1 pretest 30
<u>Gráfica N° 8</u>	Suma 7°1 postest 30
<u>Gráfica N° 9</u>	Resta 7°1 pretest 31
<u>Gráfica N° 10</u>	Resta 7°1 postest 31
<u>Gráfica N° 11</u>	Multiplicación 7°1 pretest 31
<u>Gráfica N° 12</u>	Multiplicación 7°1 postest 31
<u>Gráfica N° 13</u>	División 7°1 pretest 32
<u>Gráfica N° 14</u>	División 7°1 postest 32
<u>Gráfica N° 15</u>	Operadores $> y <$ pretest 32
<u>Gráfica N° 16</u>	Operadores $> y <$ postest 32
<u>Gráfica N° 17</u>	Comparativo porcentual por temas 7°1 pretest 33
<u>Gráfica N° 18</u>	Comparativo porcentual por temas 7°1 postest 34
<u>Gráfica N° 19</u>	Histograma de frecuencia recta numérica 7°1 pretest 35
<u>Gráfica N° 20</u>	Histograma de frecuencia números opuestos 7°1 pretest 36
<u>Gráfica N° 21</u>	Histograma de frecuencia suma 7°1 pretest 36
<u>Gráfica N° 22</u>	Histograma de frecuencia resta 7°1 pretest 37
<u>Gráfica N° 23</u>	Histograma de frecuencia multiplicación 7°1 pretest 38
<u>Gráfica N° 24</u>	Histograma de frecuencia división 7°1 pretest 38
<u>Gráfica N° 25</u>	Histograma de frecuencia operadores $> y <$ 7°1 pretest 39
<u>Gráfica N° 26</u>	Histograma de frecuencia recta numérica 7°1 postest 40
<u>Gráfica N° 27</u>	Histograma de frecuencia números opuestos 7°1 postest 41
<u>Gráfica N° 28</u>	Histograma de frecuencia suma 7°1 postest 41
<u>Gráfica N° 29</u>	Histograma de frecuencia resta 7°1 postest 42
<u>Gráfica N° 30</u>	Histograma de frecuencia multiplicación 7° postest 42
<u>Gráfica N° 31</u>	Histograma de frecuencia división 7°1 postest 43
<u>Gráfica N° 32</u>	Histograma de frecuencia operadores $> y <$ 7°1 postest 43
<u>Gráfica N° 33</u>	Histograma de datos estadísticos de preguntas acertadas 7°1 pretest 44
<u>Gráfica N° 34</u>	Histograma de datos estadísticos de preguntas acertadas 7°1 postest 45
<u>Gráfica N° 35</u>	Histograma datos estadísticos de preguntas incorrectas 7°1 pretest 46
<u>Gráfica N° 36</u>	Histograma datos estadísticos de preguntas incorrectas 7°1 postest 48
<u>Gráfica N° 37</u>	Pretest preguntas acertadas y fallidas grado 7°2 49
<u>Gráfica N° 38</u>	Posttest preguntas acertadas y fallidas grado 7°2 49
<u>Gráfica N° 39</u>	Recta numérica 7°2 pretest 50
<u>Gráfica N° 40</u>	Recta numérica 7°2 potest 50
<u>Gráfica N° 41</u>	Números opuestos 7°2 pretest 50

Contenido

Gráfica N° 42	Números opuestos 7°2 potest	50
Gráfica N° 43	Suma 7°2 pretest	51
Gráfica N° 44	Suma 7°2 postest	51
Gráfica N° 45	Resta 7°2 pretest	51
Gráfica N° 46	Resta 7°2 postest	51
Gráfica N° 47	Multiplicación 7°2 pretest	52
Gráfica N° 48	Multiplicación 7°2 postest	52
Gráfica N° 49	División 7°2 pretest	52
Gráfica N° 50	División 7°2 postest	52
Gráfica N° 51	Operadores $> y <$ 7°2 pretest	53
Gráfica N° 52	Operadores $> y <$ 7°2 postest	53
Gráfica N° 53	Comparativo porcentual por temas 7°2 pretest	53
Gráfica N° 54	Comparativo porcentual por temas 7°2 postest	54
Gráfica N° 55	Histograma de frecuencia recta numérica 7°2 pretest	55
Gráfica N° 56	Histograma de frecuencia números opuestos 7°2 pretest	56
Gráfica N° 57	Histograma de frecuencia suma 7°2 pretest	56
Gráfica N° 58	Histograma de frecuencia resta 7°2 pretest	57
Gráfica N° 59	Histograma de frecuencia multiplicación 7°2 pretest	58
Gráfica N° 60	Histograma de frecuencia división 7°2 pretest	58
Gráfica N° 61	Histograma de frecuencia operadores $> y <$ 7°2 pretest	59
Gráfica N° 62	Histograma de frecuencia recta numérica 7°2 postest	60
Gráfica N° 63	Histograma de frecuencia números opuestos 7°2 postest	61
Gráfica N° 64	Histograma de frecuencia suma 7°2 postest	61
Gráfica N° 65	Histograma de frecuencia resta 7°2 postest	62
Gráfica N° 66	Histograma de frecuencia multiplicación 7°2 postest	62
Gráfica N° 67	Histograma de frecuencia división 7°2 postest	63
Gráfica N° 68	Histograma de frecuencia operadores $> y <$ 7°2 postest	63
Gráfica N° 69	Histograma de datos estadísticos de preguntas acertadas 7°2 pretest	64
Gráfica N° 70	Histograma de datos estadísticos de preguntas acertadas 7°2 postest	65
Gráfica N° 71	Histograma datos estadísticos de preguntas incorrectas 7°2 pretest	66
Gráfica N° 72	Histograma datos estadísticos de preguntas incorrectas 7°2 postest	67

Lista de tablas

	Pág
Tabla N° 1	33
Tabla N° 2	34
Tabla N° 3	34
Tabla N° 4	35
Tabla N° 5	36
Tabla N° 6	36
Tabla N° 7	37
Tabla N° 8	38
Tabla N° 9	38
Tabla N° 10	39
Tabla N° 11	40
Tabla N° 12	40
Tabla N° 13	41
Tabla N° 14	41
Tabla N° 15	42
Tabla N° 16	42
Tabla N° 17	43
Tabla N° 18	43
Tabla N° 19	44
Tabla N° 20	45
Tabla N° 21	45
Tabla N° 22	46
Tabla N° 23	46
Tabla N° 24	47
Tabla N° 25	48
Tabla N° 26	48
	postest
Tabla N° 27	53
Tabla N° 28	54
Tabla N° 29	55
Tabla N° 30	55
Tabla N° 31	56
Tabla N° 32	56
Tabla N° 33	57
Tabla N° 34	58
Tabla N° 35	58
Tabla N° 36	59
Tabla N° 37	59
Tabla N° 38	60
Tabla N° 39	61
Tabla N° 40	61
Tabla N° 41	62
Tabla N° 42	62
Tabla N° 43	63
Tabla N° 44	63
Tabla N° 45	64
Tabla N° 46	64

Contenido

Tabla N° 47	Datos estadísticos de preguntas acertadas 7°2 posttest	65
Tabla N° 48	Tabla de frecuencia porcentajes preguntas acertadas 7°2 posttest	65
Tabla N° 49	Datos estadísticos de preguntas incorrectas 7°2 pretest	66
Tabla N° 50	Tabla de frecuencia porcentajes preguntas incorrectas 7°2 pretest	67
Tabla N° 51	Datos estadísticos de preguntas incorrectas 7°2 posttest	67
Tabla N° 52	Tabla de frecuencia porcentajes preguntas incorrectas 7°2 posttest	68

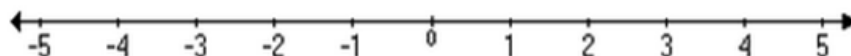
1 Introducción

Los números enteros son un conjunto numérico que contiene los números naturales, sus inversos aditivos y el cero, “los números enteros se reconocen con la letra \mathbb{Z} ; \mathbb{Z} de Zahlen que significa número en el idioma Alemán”. (Alonso, 1997)

Vamos a tener entonces:

- Números naturales \mathbb{N} : 1; 2; 3...
- Inversos aditivos de los números naturales: -1; -2; -3...
- El cero: 0

En la recta numérica encontramos los números negativos a la izquierda del cero y a su derecha los positivos 1; 2; 3; 4...



A través del tiempo los números negativos se han aplicado en distintos contextos, como la representación de deudas, profundidades bajo el nivel del mar, temperaturas bajo cero, entre otros. Tanto los números negativos como los positivos han desempeñado un papel muy importante en la vida cotidiana del hombre. “Inicialmente el primer campo de aplicación fue la contabilidad donde los números negativos significaban deudas y los positivos haberes o activos poseídos”. (Módulo Instruccional con Guías de Aprendizaje, 2007) (Lajón & Lajón, 2005)

Se utilizan en matemáticas, física, química, economía... para saber cuándo es menos cantidad o más cantidad dependiendo de lo que se represente. Puede utilizarse en: ecuaciones, funciones, rectas numéricas y plano cartesiano entre otros.

Para distinguir un número positivo de uno negativo, se suele utilizar el signo más (+) como prefijo de éste, en comparación al signo menos (-) que se utiliza para los negativos.

“En matemáticas las cantidades positivas o negativas carecen de significado fáctico. Sencillamente, los números negativos son todos los opuestos de los positivos. En el mundo de la experiencia, el hombre llena de significado esas cantidades, obteniendo

información que le es de utilidad para comprender comportamientos, predecir hechos, o calcular costos y ganancias” (Ciecias y Matemáticas , 2010)

En la actualidad se pueden encontrar en Colombia algunas monografías que abordan propuestas didácticas para la enseñanza de los números enteros.

Este proyecto se orientará en conceptualizar la noción de número entero negativo y sus operaciones con los estudiantes de grado séptimo de la Escuela Normal Superior Sagrado Corazón de Aránzazu Caldas en el segundo semestre del año 2014, a partir de las siguientes acciones: i) Diseñar una unidad didáctica, compuesta por dos guías, con el fin de conceptualizar la noción de número entero negativo y sus operaciones para los estudiantes del grado séptimo. ii) Historiar la evolución de la noción de número entero negativo. iii) Establecer la importancia de la noción de número entero negativo para los estudiantes de grado séptimo. iv) Evaluar el desempeño de la estrategia aplicada (unidad didáctica) a los estudiantes de grado séptimo. v) Estimular el gusto por el estudio y aprendizaje de las matemáticas en el grado séptimo de la Escuela Normal Superior Sagrado Corazón Aranzazu Caldas.

De esta forma identificar avances que presenten los estudiantes de estos grados en cuanto a la conceptualización de los números enteros negativos y la solución de obstáculos en su aprendizaje.

2 Objetivos

2.1 Objetivo general:

Diseñar una unidad didáctica para superar los obstáculos en el aprendizaje del concepto de número entero negativo y sus operaciones, dirigida a los estudiantes de grado séptimo de la Escuela Normal Superior Sagrado Corazón Aranzazu Caldas.

2.2 Objetivos Específicos:

- Diseñar una unidad didáctica, compuesta por dos guías, con el fin de conceptualizar la noción de número entero negativo y sus operaciones para los estudiantes del grado séptimo.
- Historiar la evolución de la noción de número entero negativo.
- Establecer la importancia de la noción de número entero negativo para los estudiantes de grado séptimo.
- Evaluar el desempeño de la estrategia aplicada (unidad didáctica) a los estudiantes de grado séptimo.
- Estimular el gusto por el estudio y aprendizaje de las matemáticas en el grado séptimo de la Escuela Normal Superior Sagrado Corazón Aranzazu Caldas.

3 Justificación

Conocer los números negativos es clave para algunas operaciones matemáticas en las que el resultado es menor que cero. Así, los números negativos se pueden usar para representar deudas, temperaturas bajo cero y los subsuelos de un edificio.

“El conjunto de los números naturales, está formado por todos los números que sirven para contar: cuántos alumnos hay en el salón, cuántas ovejas hay en un corral, o cuál es la población de nuestro país según las últimas estadísticas. En todos estos casos estamos usando números naturales” (Aula 365 Aprender diferente)

Se puede contar indefinidamente, ya que siempre es posible sumar uno más, y por eso se dice que este conjunto no tiene último elemento.

“El cero marca que existe una limitación en el conjunto de los naturales. Por ejemplo: la operación 5 menos 12 no tiene solución en el conjunto de los naturales” (La enseñanza de los números negativos: aportaciones de una investigación, 1997)

¿Para qué se necesita hacer una cuenta como ésta? El ejemplo más claro se da con el dinero. Supongamos que una persona va al almacén con \$5, pero el costo de la mercadería es de \$12, entonces quedaría debiendo 7 pesos. A la deuda se le asignará, entonces, un signo negativo.

“Las implicaciones didácticas de la epistemología del número negativo, se organiza en torno a la noción de ‘obstáculo epistemológico’, inicialmente definida por Bachelard (1938) en el ámbito de la filosofía de la ciencia y posteriormente adaptada por Brousseau al ámbito de la didáctica de las matemáticas, en general, y a la teoría de las situaciones didácticas, en particular” (Brousseau, 1989)

En la teoría de situaciones didácticas se pide que un estudiante adquiera un conocimiento cuando, enfrentado a una situación-problema cuya solución exige ese conocimiento, es capaz de generarlo en forma de estrategia de resolución de la situación.

“El conocimiento es, por tanto, el resultado de la adaptación de un sujeto a un conjunto de situaciones-problema en las que es útil como estrategia de resolución” (Brousseau, 1989)

La consecuencia inmediata de este postulado es que los conocimientos de un alumno sobre una noción matemática dependerán de la experiencia adquirida resolviendo situaciones-problema en las que dicha noción está implicada.

4 Marco teórico

4.1 Estado del arte sobre el número entero negativo

En el estado del arte, en el área de estudios del número entero negativo, se ha encontrado que gran parte de los saberes se concentran un poco más en la elaboración de unidades didácticas que contengan actividades sobre el número entero negativo, lo cual es muy importante para su aplicación. La diferencia con esta monografía es indagar cómo a través de una unidad didáctica, con públicas referencias a la comprensión del número entero negativo, los estudiantes del grado séptimo están conceptualizando el concepto de este número.

A continuación se encuentran algunos estudios:

Autor: (Barrantes, 2006)

Enfoque: Los Obstáculos Epistemológicos

Resultados del estudio: se describe el concepto de obstáculo epistemológico desarrollado por G. Brousseau. Se analizan los objetivos de la didáctica de las matemáticas, la relevancia de los obstáculos epistemológicos, su epistemología y su relación con la teoría de las situaciones didácticas

Autor: (Mora, 2006)

Enfoque: Obstáculos epistemológicos que afectan el proceso de construcción de conceptos del área de ciencias en niños de edad escolar.

Resultados del estudio: los niños y los jóvenes presentan limitaciones en el proceso de formación de los conceptos científicos. Esto se puede explicar a la luz de las propuestas de Gastón Bachelard en relación con los obstáculos epistemológicos que se presentan en el proceso de aprendizaje de las ciencias a nivel de estudiantes de enseñanza primaria. De acuerdo con Bachelard se dan cinco obstáculos principales: 1. Los conocimientos previos. 2. El obstáculo verbal. 3. El peligro de la explicación por la utilidad. 4. El conocimiento general. 5. El obstáculo animista. Es necesario que el o la docente los conozcan para que establezcan estrategias didácticas que permitan superarlos y así facilitar a los niños el proceso de aprendizaje en el área de ciencias y el logro de los propósitos fundamentales de esta asignatura.

Autor: (Cid & Bolea, Diseño de un modelo epistemológico de referencia para introducir los números negativos en el entorno algebraico, 2007)

Enfoque: Diseño de un modelo epistemológico de referencia para introducir los números negativos en un entorno algebraico.

Resultados del estudio: la introducción escolar de los números negativos se hace habitualmente en un entorno aritmético apoyándose en la presentación de modelos concretos. Varias investigaciones cuestionan la pertinencia didáctica de este tipo de introducción. En este artículo justificamos la necesidad de introducir los números negativos en un entorno algebraico y realizamos una primera aproximación a un modelo epistemológico de referencia que pueda sustentar el diseño de actividades de estudio e investigación relativas a los números negativos en un contexto algebraico.

Autor: (Gallardo & Abraham, 2010)

Enfoque: Historia versus enseñanza: los números Negativos

Resultados del estudio: un problema que puede parecer imposible por métodos aritméticos, se considera posible por álgebra, una vez que la solución negativa es validada al ser sustituida en la ecuación. Tanto por lo que respecta a los problemas, como por lo que respecta a los métodos de resolución, no puede pensarse en establecer una separación nítida entre lo que es aritmético y lo que es algebraico, es más se puede afirmar que los profesores se encuentran en el tránsito de la aritmética al álgebra, o, quizá mejor dicho, en un lugar en que aritmética y álgebra se solapan: la primera en su extremo superior y la segunda ocupando el terreno del que ésta se retira.

Autor: (Cid, 2010)

Enfoque: Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos.

Resultados del estudio: en esta ponencia se comentan algunos aspectos de un trabajo en fase de realización. El objetivo del mismo es utilizar la noción de obstáculo epistemológico definida en el marco de la teoría de situaciones didácticas para terciar y, en la medida de lo posible, zanjar la polémica sobre la existencia de obstáculos en la historia de los números negativos y su influencia en la enseñanza actual, polémica surgida hace ya años pero que sigue sin resolverse. En la ponencia se presentan algunos aspectos del estado de la cuestión y ciertas aportaciones al tema.

Autor: (Boyé, 2010)

Enfoque: Algunos elementos de la historia de los números negativos

Resultados del estudio: cuando se comienza a enseñar matemáticas, quizás no se clasifica el concepto de número negativo como uno de los más difíciles de hacer adquirir a los alumnos. Vienen a la mente representaciones muy elementales de la vida corriente: las temperaturas, las ganancias y las pérdidas. Ocurre sin embargo que hay una cantidad no despreciable de artículos pedagógicos consagrados a este tema, y aunque el interés de los pedagogos no

es necesariamente proporcional a la dificultad de la noción, ello no quita que esto sea síntoma de una cierta dificultad.

Autor: (Rojas & Ariza, 2013)

Enfoque: Propuesta didáctica para la enseñanza de los números enteros.

Resultados del estudio: el estudiante hizo uso de una representación pictórica como ayuda para dar solución al problema, lo cual se puede tomar como un recurso manipulativo-grafico-textual.

- No resultó un problema fácil de resolver, por lo que es de esperar que los estudiantes tampoco puedan llegar de una vez por todas al concepto de número entero, pues es lo suficientemente complicado como para abarcarlo en una mirada
- Las dificultades de los alumnos para comprender y manipular correctamente los números positivos y negativos son, en cierta medida, un reflejo de las que históricamente tuvo la comunidad matemática para aceptarlos como números.

4.2 Importancia del número entero negativo

El Ministerio de Educación Nacional en su documento sobre Lineamientos Curriculares en el área de matemáticas explica: “el desarrollo del Pensamiento Numérico es el nuevo énfasis sobre el cual debe realizarse el estudio de los Sistemas Numéricos. Así, desde el estudio profundo de los Sistemas Numéricos, se pueden desarrollar habilidades para comprender los números, usarlos en métodos cualitativos o cuantitativos, realizar estimaciones y aproximaciones y en general, para poder utilizarlos como herramientas de comunicación, procesamiento e interpretación de la información en contexto, con el fin de fijar posturas críticas frente a ella, y así participar activamente en la toma de decisiones relevantes para su vida personal o en comunidad”. (Obando & Vásquez).

...“el pensamiento numérico se refiere a la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones”... (Mcintosh, 1992, pág. 81)

“El desarrollo del pensamiento numérico hace referencia a la comprensión del significado de los números, a sus diferentes interpretaciones y representaciones, a la utilización de su poder descriptivo, al reconocimiento del valor (tamaño) absoluto y relativo de los números, a la apreciación del efecto de las distintas operaciones, al desarrollo de puntos de referencia para

considerar números. En general, estos puntos de referencia son valores que se derivan del contexto y evolucionan a través de la experiencia escolar y extraescolar de los estudiantes. El Pensamiento numérico es la utilización de las operaciones y de los números en la formulación y resolución de problemas y la comprensión entre el contexto del problema y el cálculo necesario, lo que da pistas para determinar si la solución debe ser exacta o aproximada y también si los resultados a la luz de los datos del problema son o no razonables". (MEN, 1998, pág. 131)

La matemática es fundamental en el desarrollo intelectual de los estudiantes pues ayudan a aprender a aprender y a aprender a pensar. Asimismo, da al estudiante las competencias básicas e indispensables para incorporarse en el mercado laboral; la matemática de hoy se puede aprender con gusto.

Es muy importante lograr que la comunidad educativa entienda que la matemática es practicable y aún encantadora si su enseñanza se imparte mediante una adecuada orientación que implique una permanente interacción entre el maestro y sus alumnos y entre éstos y sus compañeros, de modo que sean capaces, a través de la exploración, de la abstracción, de clasificaciones, mediciones y estimaciones, de llegar a resultados que les permitan comunicarse, hacer interpretaciones y representaciones; en fin, descubrir que la matemática está íntimamente relacionada con la realidad y con las situaciones que los rodean, no solamente en su institución educativa, sino también en la vida fuera de ella.

Es indudable que la matemática se relaciona con el desarrollo del pensamiento racional (razonamiento lógico, abstracción, rigor y precisión) y es esencial para el desarrollo de la ciencia y la tecnología. La forma como se aprende, se convierte en la forma como se vive la matemática.

4.2.1 Estándares de Matemáticas

Los estándares que se describirán a continuación tienen en cuenta tres aspectos que deben estar presentes en la actividad matemática: i) planteamiento y resolución de problemas ii) razonamiento matemático (formulación, argumentación, demostración) iii) Comunicación matemática. Consolidación de la manera de pensar (coherente, clara, precisa).

Pensamiento numérico y sistemas numéricos.

Comprensión del número, su representación, las relaciones que existen entre ellos y las operaciones que con ellos se efectúan en cada uno de los sistemas numéricos. Se debe aprovechar el concepto intuitivo de los números que

el niño adquiere desde antes de iniciar su proceso escolar en el momento en que empieza a contar, y a partir del conteo iniciarlo en la comprensión de las operaciones matemáticas, de la proporcionalidad y de las fracciones. Mostrar diferentes estrategias y maneras de obtener un mismo resultado. Cálculo mental. Logaritmos. Uso de los números en estimaciones y aproximaciones.

Pensamiento espacial y sistemas geométricos

Examen y análisis de las propiedades de los espacios en dos y en tres dimensiones, y las formas y figuras que éstos contienen. Herramientas como las transformaciones, traslaciones y simetrías; las relaciones de congruencia y semejanza entre formas y figuras, y las nociones de perímetro, área y volumen. Aplicación en otras áreas de estudio.

Pensamiento métrico y sistemas de medidas.

Comprensión de las características mensurables de los objetos tangibles y de otros intangibles como el tiempo; de las unidades y patrones que permiten hacer las mediciones y de los instrumentos utilizados para hacerlas. Es importante incluir en este punto el cálculo aproximado o estimación para casos en los que no se dispone de los instrumentos necesarios para hacer una medición exacta. Margen de error. Relación de la matemática con otras ciencias.

Pensamiento aleatorio y sistemas de datos

Situaciones susceptibles de análisis a través de recolección sistemática y organizada de datos. Ordenación y presentación de la información. Gráficos y su interpretación. Métodos estadísticos de análisis. Nociones de probabilidad. Relación de la aleatoriedad con el azar y noción del azar como opuesto a lo deducible, como un patrón que explica los sucesos que no son predecibles o de los que no se conoce la causa. Ejemplos en situaciones reales. Tendencias, predicciones, conjeturas.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos

Procesos de cambio. Concepto de variable. El álgebra como sistema de representación y descripción de fenómenos de variación y cambio. Relaciones y funciones con sus correspondientes propiedades y representaciones gráficas. Modelos matemáticos.
(Estándares Básicos de Calidad).

4.2.2 Estándares de matemáticas grado séptimo

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS	PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS	PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS	PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS	PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS
1. Utilizar números (fracciones, decimales, razones, porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.	1. Representar objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.	1. Utilizar técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.	1. Comparar e interpretar datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).	1. Describir y representar situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
2. Justificar la representación polinomial de los números racionales utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal.	Identificar y describir figuras y cuerpos generados por cortes rectos y transversales de objetos tridimensionales.	2. Resolver y formular problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).	2. Reconocer relación entre un conjunto de datos y su representación.	2. Reconocer el conjunto de valores de una variable en situaciones concretas de cambio (variación)
3. Generalizar propiedades y relaciones de los números naturales (ser par, impar, múltiplo de, divisible por, conmutativa, etc.).	3. Clasificar polígonos en relación con sus propiedades	3. Calcular áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos	3. Usar representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos (diagramas de barras, diagramas circulares).	3. Analizar las propiedades de variación lineal e inversa en contextos aritméticos y geométricos.
4. Resolver y formular problemas utilizando propiedades fundamentales de la teoría de números.	4. Predecir y comparar los resultados de aplicar transformaciones (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.	4. Identificar relaciones entre unidades para medir diferentes magnitudes.	4. Usar medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar el comportamiento de un conjunto de datos	4. Utilizar métodos informales (ensayo o – error, complementación) en la solución de ecuaciones
5. Justificar operaciones aritméticas utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.	5. Resolver y formular problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones	5. Resolver y formular problemas que requieren técnicas de estimación.	5. Usar modelos (diagramas de árbol, por ejemplo) para discutir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento.	5. Identificar las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación

Marco teórico

	visuales.			que representan
6. Formular y resolver problemas aplicando conceptos de la teoría de números (números primos, múltiplos) en contextos reales y matemáticos.	6. Resolver y formular problemas usando modelos geométricos		6. Hacer conjeturas acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad.	
7. Resolver y formular problemas cuya solución requiere de la potenciación o radicación.	7. Identificar características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica		7. Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares	
8. Justificar el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa			8. P redecir y justificar razonamientos y conclusiones usando información estadística	
9. Justificar la pertinencia de un cálculo ex acto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de las res puestas obtenidas.				
10. Hacer conjeturas s obre propiedades y relaciones de los números, utilizando calculadoras o computadores.				
11. Justificar la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas				
12. Utilizar argumentos combinatorios (tabla, diagrama arbóreo, lis tas) como herramienta para interpretación de situaciones diversas de conteo.				

Fuente: Estándares básicos de calidad

4.3 Nociones de los estudiantes sobre los números negativos

En esta sección se presentan estudios y artículos que recogen dificultades sobre la conceptualización de los números enteros.

Hallamos los trabajos como el de Peled (1991) y de Gallardo (1996) (2002). Peled puntualiza, en función de las estrategias que utilizan los alumnos en las sumas y restas de dos números enteros, unos 'niveles de conocimiento' de la estructura aditiva de \mathbb{Z} . Se trata de niveles teóricos, es decir, no son el resultado del estudio estadístico de un cuestionario, sino un "a priori" que el autor propone como instrumento facilitador del análisis de observaciones posteriores. A la hora de establecer esos niveles de conocimiento tiene en cuenta dos 'dimensiones': la interpretación de número entero como punto de la recta o desplazamiento (dimensión de la recta real) y la interpretación como cantidad de magnitud con dos sentidos opuestos (dimensión de la cantidad), pues asegura que los alumnos usan una u otra, según el tipo de problema que se les plantea. Los niveles de conocimiento que define son los siguientes:

i) Dimensión de la recta numérica: Se acepta la existencia de los números negativos y se sitúan en la recta numérica a la izquierda del cero. Un número entero negativo es un número natural precedido del signo menos. Dados dos números enteros es mayor el que está situado a la derecha del otro en la recta numérica. Dimensión de la cantidad: los números negativos representan cantidades que tienen alguna característica desfavorable, cuya existencia se marca con el signo menos. Debido a esta connotación negativa la relación de orden en estos números se invierte respecto a los naturales: una cantidad negativa es menor cuanto mayor es su valor absoluto porque representa una situación "peor".

ii) Dimensión de la recta numérica: Se interpreta la suma y resta de números naturales como movimientos sobre la recta numérica, a derecha o izquierda del primer término, respectivamente. Esta estrategia se extiende a los casos: $-a+b$, con a, b pertenecientes a \mathbb{N} , y $a-b$, con a, b pertenecientes a \mathbb{N} y $a < b$, asumiendo, en el primer caso, que el movimiento se inicia a la izquierda de cero y, en el segundo, que hay que atravesar el cero.

Dimensión de la cantidad: se extiende la operación de resta entre números naturales al caso de sustraendo mayor que el minuendo, efectuando la resta del

menor respecto al mayor y añadiendo al resultado el signo menos para indicar que el resultado es una “deuda” o “deficiencia”.

iii) Dimensión de la recta numérica: las operaciones se extienden a pares de números que tienen el mismo signo. Se asume que hay un sentido positivo: hacia la derecha, y un sentido negativo: hacia la izquierda, y que sumar números positivos significa avanzar en el sentido positivo y sumar negativos avanzar en el sentido negativo. Argumentos similares se usan para realizar la resta de números del mismo signo: restar positivos significa ir hacia los negativos y restar negativos ir hacia los positivos.

Dimensión de la cantidad: se asumen las sumas y restas de números del mismo signo entendiendo que sumar significa añadir y restar significa quitar. No se manejan correctamente las restas de números negativos con minuendo mayor que el sustraendo, ni las sumas y restas de números de distinto signo.

iv) Dimensión de la recta numérica: se efectúan sumas y restas de números enteros cualesquiera sin más que fijarse en el segundo término de la operación, avanzando en el sentido que indica su signo si se trata de una suma y en el sentido contrario si es una resta.

Dimensión de la cantidad: se realizan sumas y restas con cantidades de signos cualesquiera. El examen conjunto de la operación implicada y del signo de la segunda cantidad permite decidir si la cantidad inicial mejora o empeora.

Gallardo muestra los diferentes errores cometidos por los alumnos y trata de encontrar una relación entre ellos. Analizando las estrategias de resolución algebraica de problemas que utilizan los alumnos de secundaria (Gallardo A. , 1996) define cuatro perfiles que representan distintos niveles de conceptualización del número negativo, sobre todo en lo referente al cálculo formal. De esos perfiles describe los dos más extremos, designados por A y D:

Perfil A

1) “Presencia del dominio multiplicativo en las situaciones aditivas. Esto significa el uso incorrecto de la regla multiplicativa de los signos en las adiciones y sustracciones de enteros.

2) Ignorancia de la triple naturaleza de la sustracción y de la triple naturaleza del signo menos. Los alumnos con un avanzado nivel de conceptualización de los números negativos reconocen la triple naturaleza de la sustracción (completar, quitar y diferencia

entre dos números) y la triple naturaleza del signo menos (binaria, unaria y el simétrico de un número). Los estudiantes pertenecientes al Perfil A ignoran la triple naturaleza de la sustracción y la triple naturaleza del signo menos.

3) Operatividad incorrecta en las esferas aritmética y algebraica. Los estudiantes desarrollan mecanismos inhibitorios cuando se les presentan dobles signos $[-(+a), -(-a)]$. Las expresiones abiertas de la forma $x+a-b=$, $a-x-b=$, reciben cinco interpretaciones erróneas diferentes: i) son iguales a un valor numérico arbitrario: $x+a-b=c$; $a-x-b=d$ (clausura). ii) Son tratadas como ecuaciones $x=a-b$; $x=-b-a$. iii) Conjunción de términos desemejantes: $x+a-b=(a-b)x$; $a-x-b=ax+b$.

4) Inconsistencia en el uso del lenguaje algebraico. Cuando se resuelven ecuaciones y existe la posibilidad de una solución negativa, se encuentra lo siguiente: i) los métodos escolares para resolver ecuaciones no se usan. ii) La estructura de la ecuación se altera para obtener soluciones positivas. Por ejemplo, la ecuación $x+a=b$ con $a>b$ se convierte en $a-x=b$.

5) Preferencia por los métodos aritméticos de resolución de problemas.

6) Ignorancia de las soluciones negativas de los problemas. Los estudiantes resuelven los problemas de enunciado verbal sin expresar la solución en términos negativos. Usan un lenguaje verbal para dar una respuesta positiva” (Gallardo A. , 1996, págs. 381-382).

En cuanto al perfil D, supone la superación de los errores de cálculo, la comprensión de la triple naturaleza de la sustracción y del signo ‘menos’, el predominio de los métodos algebraicos sobre los aritméticos y la aceptación de las soluciones negativas de las ecuaciones.

En Gallardo (2002) se establecen cuatro niveles de aceptación del número negativo: como sustraendo, como número relativo, como número aislado y como número negativo formal. Estos niveles se deducen de un estudio epistemológico del número negativo y se confirman en los alumnos actuales mediante una técnica de entrevistas en las que se analizan sus respuestas a problemas aritméticos verbales.

En los estudiantes de la Escuela Normal Superior de Aranzazu, es notable la gran cantidad de estudiantes que presentan conflictos en el momento de operar los números negativos, lo que se evidencia en el momento de analizar operaciones en disciplinas como algebra, trigonometría, física y geometría, se confunden y cometen graves errores en el momento de hallar la respuesta o seguir un procedimiento determinado.

Algunos de los errores que comenten los estudiantes son los siguientes:

- Al sumar o reunir dos cantidades negativas, aplican la ley de los signos.
- Ubican erróneamente coordenadas en el plano cartesiano.
- Al reunir cantidades positivas con negativas, suman todas las cantidades.
- La ley de los signos es aplicada incorrectamente al trabajar con fracciones.
- Al reemplazar algunas fórmulas no toman el signo negativo.
- Tienen dificultades para signos de agrupación con signo negativo.

Estas situaciones se presentan en los grados octavos, novenos y décimos. Cuando los estudiantes ven las correcciones respectivas, algunos de ellos demuestran disgusto por este tipo de operaciones y por la disciplina en general.

4.4 Obstáculo Epistemológico

Hablar del constructivismo, está de moda como método de enseñanza, gracias a las últimas reformas en educación. Un obstáculo epistemológico es un conocimiento anterior que obstaculiza el aprendizaje de uno nuevo.

Un ejemplo: para el niño en primer año de primaria los números son los naturales, los únicos que más o menos conoce; así que cuando en tercero o cuarto año le empiezan a enseñar los fraccionarios o los números con decimales, se le dificulta aprehender este concepto por la noción de número que ya posee.

El niño sabe que en la multiplicación de dos números (naturales) el resultado es más grande que cualquiera de los factores (o por lo menos no es menor); pero ahora le dicen que $(1/2) (1/3)$ es $1/6$ o que $(0.2) (0.3)$ es 0.06 . Es decir, el producto ¡es menor que cualquiera de los factores!. Además le ponen tacha cuando dice que el siguiente de 0.6 es 0.7 e incluso si dice que es 1.7 .) ¿Qué pasó ahí?

Bueno, lo que pasó es que ahora (al pasar a los quebrados y decimales) "número" significa ya otra cosa. Se debe interpretar, debe aprender a interpretar en otro contexto el significado de "número". La clase de los números se ha expandido, ahora incluye otros objetos para él desconocidos. Y lo mismo que al niño de 8 años, le pasa al estudiante de ingeniería cuando aprende los números complejos, e incluso a los matemáticos de la época en que se descubrieron o, mejor dicho, se inventaron los complejos.

Por otro lado, la noción de "siguiente" (número siguiente o consecutivo de otro) funciona para los números naturales, el contexto natural donde adquiere significado el concepto de "siguiente" o consecutivo. Pero al pasar a los números racionales ese concepto carece de sentido, lo que puede ser difícil de entender para los niños.

Otro ejemplo: ¿Cómo aceptar el hecho científico de que nuestro planeta Tierra gira alrededor del Sol cuando estamos viendo diariamente que es el sol el que se mueve alrededor de la Tierra?

Bachelard, filósofo de mediados del siglo pasado, tiene un remedio para superar los obstáculos epistemológicos y subir al siguiente nivel de aprendizaje: una purga en sentido metafórico. Dice Bachelard: "De ahí que toda cultura científica deba comenzar por una catarsis intelectual y afectiva. Una catarsis, es decir, la expulsión espontánea o provocada de sustancias nocivas al organismo" (Bachelard G. , 1986)

Cuando se llega a superar el obstáculo y se aprende el conocimiento nuevo, entonces sucede algo muy curioso: se aprendió y se desaprendió. Se aprendió que el concepto de consecutivo sólo tiene sentido para los enteros y al mismo tiempo, la regla conocida del consecutivo se desaprendió, es decir, se corrige a "le sumas 1,... si estás en los naturales". En el sentido de la metáfora de purga: el antiguo concepto es expulsado (desaprendido) del sistema cognitivo y es sustituido por otro que modifica al antiguo y que es el que se mantendrá vigente... hasta que llegue el momento en que se haga obsoleto ante nuevas expansiones del concepto de número...

En su libro *La formación del espíritu científico*, Gastón Bachelard acuña el concepto de obstáculo epistemológico (1948, Siglo XXI). Dice Bachelard (pág. 20):

"Frecuentemente me ha chocado el hecho de que los profesores de ciencias, aún más que los otros si cabe, no comprenden que no se comprenda. Son poco numerosos los que han sondeado la psicología del error, de la ignorancia y de la irreflexión".

Bachelard ubica el ejemplo del principio de Arquímedes: "Es, entonces, bastante difícil hacer comprender el principio de Arquímedes, en su asombrosa sencillez matemática, si de antemano no se ha criticado y desorganizado el conjunto impuro de las intuiciones básicas." (En el adulto educado, la autocrítica debería tener el efecto de una purga...)

El concepto de obstáculo lo retoma Guy Brousseau en la década de 1970, sacándolo del ámbito de la filosofía y poniéndolo en circulación en la enseñanza de las matemáticas. Brousseau, creador de la Teoría de las Situaciones

Didácticas, creada específicamente para la enseñanza de las matemáticas, pero que actualmente ha ampliado sus horizontes y se usa para la enseñanza de otras disciplinas científicas y no científicas. El enfoque enfatiza el error, es decir, primero hay que llevar al alumno a reconocer que sus métodos son inadecuados. Pues no lo dice el profesor sino el dispositivo didáctico denominado situación. (Brousseau, 1989).

“En la teoría de situaciones didácticas se postula que un alumno adquiere un conocimiento cuando, enfrentado a una situación-problema cuya solución exige ese conocimiento, es capaz de generarlo en forma de estrategia de resolución de la situación. El conocimiento es, por tanto, el resultado de la adaptación de un sujeto a un conjunto de situaciones problema en las que es útil como estrategia de resolución” (Brousseau, 1989, pág. 41).

“En la enseñanza es imposible presentar para cada noción matemática el conjunto de todas las situaciones problema en las que ésta interviene, lo que obliga a elegir unas pocas de entre ellas, un subconjunto de situaciones; esa elección puede dar lugar a que el alumno adquiera una concepción, es decir, un conjunto organizado de conocimientos que funcionan con éxito en ese subconjunto de situaciones y para determinados valores de sus variables didácticas, que se manifiesta por un repertorio estable y limitado de comportamientos, lenguajes, técnicas, pero que no es eficaz e, incluso, provoca errores al utilizarse en otro subconjunto de situaciones o al modificar las variables didácticas de la situaciones consideradas” (Antibi & Brousseau, 2000, pág. 20)

Duroux (1982, págs. 20-21) propone una lista de condiciones necesarias para poder calificar de obstáculo epistemológico a una concepción. Esta lista, con algunas modificaciones introducidas por Brousseau (1989, pág. 43) es la siguiente:

- a) Un obstáculo es un conocimiento, una concepción, no una dificultad ni una falta de conocimiento.
- b) Este conocimiento produce respuestas adaptadas a un cierto contexto, frecuentemente reencontrado.

c) Pero engendra respuestas falsas fuera de este contexto; una respuesta correcta y universal exige un punto de vista notablemente diferente.

d) Además, este conocimiento resiste a las contradicciones con las que se le confronta y al establecimiento de un conocimiento mejor. No es suficiente poseer un conocimiento mejor para que el precedente desaparezca, sino que es indispensable identificarlo e incorporar su rechazo en el nuevo saber.

e) Después de tomar conciencia de su inexactitud, el obstáculo continúa manifestándose de forma intempestiva y obstinada, provocando errores.

La noción de obstáculo epistemológico ha generado polémica entre los investigadores en didáctica de las matemáticas y que varios de ellos (Glaeser, 1981); (Sierpinska, 1989); (Schubring, 1986); (Artigue, 1990); (Léonard & Sackur, 1990); (Gascón, 1993); (Chevallard, Bosch, & Gascón, 1997) no la aceptan o le dan un sentido bastante distinto al propuesto por Brousseau. Además, apenas hay aportaciones al problema metodológico de cómo decidir si una concepción es o no un obstáculo.

4.4.1 Contribución de Glaeser: Obstáculos epistemológicos en los números negativos

La primera referencia a obstáculos epistemológicos en los números negativos aparece en un artículo de Glaeser (1981), el autor manifiesta su intención de buscar los obstáculos que se oponen a la comprensión y aprendizaje de los números negativos. Para ello, busca los vestigios de esos obstáculos en el pasado analizando, mediante una técnica de comentario de textos, lo que los matemáticos de distintas épocas (Diofanto, Stevin, Descartes, MacLaurin, Clairaut, Euler, Cramer, d'Alembert, Carnot, Laplace, Cauchy y Hankel) dijeron sobre los números negativos.

Lo primero que llama su atención es la sorprendente lentitud del proceso histórico de construcción del concepto de número negativo. La lectura de los textos citados por Glaeser muestra que desde la primera formulación de la regla de los signos, hecha por Diofanto, hasta mediados del siglo XIX, se utilizan de continuo unos entes, los ahora llamados números negativos, que eran necesarios en muchas ramas de las matemáticas (álgebra, análisis, geometría analítica, trigonometría) pero que la comunidad matemática no sabía cómo encajar dentro

de su cuerpo teórico. Los números negativos se usaban con profusión y sin dificultad, pero cuando los grandes matemáticos se veían en la tesitura de tener que dar explicaciones sobre su naturaleza, lo hacían en unos términos difícilmente concebibles hoy en día. Un ejemplo de esto es Carnot quien en 1803, (Carnot, 1803) en los preliminares de su célebre *Géométrie de position*, dedica veinticuatro páginas a las cantidades negativas y dice cosas como las siguientes:

“Nada es más simple que la noción de cantidades negativas precedidas por cantidades positivas más grandes que ellas; pero en álgebra nos encontramos a cada paso con expresiones de formas negativas aisladas y cuando se quiere conocer con precisión el sentido de estas expresiones faltan principios claros, porque éstas son el resultado de operaciones que no son, en sí mismas, claras ni ejecutables más que para las cantidades positivas o, más bien, absolutas”. (Carnot, 1803, págs. 2-3)

“Para obtener realmente una cantidad negativa aislada será necesario sustraer una cantidad efectiva de cero, quitar algo de nada: operación imposible. ¿Cómo concebir entonces una cantidad negativa aislada?” (Carnot, 1803, pág. 3)

“Las nociones que se han dado hasta el momento sobre las cantidades negativas aisladas se reducen a dos: aquélla de la que acabamos de hablar, a saber, que son cantidades menores que cero, y la que consiste en decir que las cantidades negativas son de la misma naturaleza que las positivas, pero tomadas en un sentido contrario”. (Carnot, 1803, pág. 6)

No es extraño el asombro de Glaeser ante manifestaciones como las anteriores y su intento de explicar estos fenómenos en términos de obstáculos. Según él, en la evolución histórica de la noción de número negativo desde sus primeras ocurrencias hasta el concepto actual, se pueden constatar los siguientes obstáculos: falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas, dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas, problema para unificar la recta real, la ambigüedad de los dos ceros (un cero absoluto, un cero que significaba la ausencia de cantidad de magnitud, a un cero origen elegido arbitrariamente), el estancamiento en el estadio de las operaciones concretas y el deseo de un modelo unificador.

Glaeser concluye diciendo que sería necesario realizar experiencias con los alumnos para comprobar si alguno de los obstáculos puestos en evidencia en el estudio histórico se reproduce en los procesos de enseñanza actuales. Añade

también que su investigación pone de manifiesto que los modelos concretos, habitualmente utilizados en la enseñanza de los números enteros, son un obstáculo para la comprensión de su estructura multiplicativa.

4.4.2 Otras aportaciones a la epistemología de los números negativos

Son varios los autores que, a raíz del trabajo de Glaeser, discuten el tema de los obstáculos epistemológicos en los números negativos. Entre ellos, Duroux (1982) hace hincapié en que la definición de obstáculo epistemológico propuesta por Brousseau exige que el obstáculo sea un conocimiento, no una falta de conocimiento. Teniendo esto en cuenta, considera que los dos primeros obstáculos epistemológicos propuestos por Glaeser: la “falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas” y la “dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas”, no debieran ser considerados como tales pues sólo indican un déficit de conocimiento. No obstante, la “dificultad para unificar la recta real”, puede ser, según Duroux, un síntoma de una posible concepción de obstáculo caracterizada por considerar a los números negativos como objetos de naturaleza distinta a los positivos.

Brousseau (1983) argumenta en la misma línea que Duroux, insistiendo en que hay que distinguir entre un obstáculo y una dificultad, sugiriendo que lo que propone Glaeser son dificultades que pueden servir como punto de partida para la búsqueda de los verdaderos obstáculos, que deben expresarse en términos de conocimientos válidos en un cierto dominio.

“En el intento de encontrar el obstáculo u obstáculos que puedan estar detrás de las dificultades reseñadas por Glaeser, Brousseau (1983, pág. 191) hace la hipótesis de que el empleo de números con signo se generalizó al atribuir arbitrariamente el estatuto de positivo o negativo a las medidas de las cantidades de magnitud, según el papel que representaban en la situación. Por ejemplo, dependiendo de la situación, la entrada y salida de productos en un comercio puede notarse positiva o negativamente. Esos números, considerados aisladamente son números sin signo, puesto que representan medidas de magnitudes; el signo es algo circunstancial, provisional, que sirve para indicar la oposición de unas cantidades respecto a otras en el transcurso de la acción. Así pues, el carácter relativo de los números positivos y negativos pudo jugar un papel importante en su creación y aceptación y suponer un obstáculo a una concepción que asuma el signo como algo intrínseco al propio número”.

4.5 Apuntes Históricos del número entero negativo

Por medio de la enseñanza de las matemáticas no solo se transmite conocimiento sino que se busca el desarrollo del pensamiento en forma integral, permitiendo al estudiante adquirir competencias para desenvolverse en forma adecuada dentro de la sociedad. Teniendo en cuenta el desarrollo por competencias, se espera la comprensión y el uso significativo de los conocimientos y la aplicación de estos a la solución de problemas.

Se busca que el estudiante aprenda a comunicarse, explorar, interpretar, conjeturar y a predecir las cosas que suceden a su alrededor, considerando que el conocimiento matemático va más allá del uso de una notación numérica o de la aplicación de algoritmos.

En la actualidad se puede encontrar números negativos que representan diferentes situaciones en la vida cotidiana; su aparición fue bastante posterior a la de los números fraccionarios. Tal aparición requería de la existencia del cero, lo cual era algo ajeno a muchas culturas antiguas como los egipcios, romanos y griegos.

La primera cultura en usar el cero fue la antigua civilización hindú, aunque existía otra civilización antigua que lo conocía en el hemisferio occidental, los mayas. Entre los indios se llegó primero a la postulación de la existencia del neutro o cero, mientras que cuando una resta disminuía más allá de lo posible para las cantidades positivas se producía una pérdida o deuda, que se corresponde con nuestro concepto de negativo.

“Las cantidades negativas fueron utilizadas en China y en la India desde tiempos remotos; para ellos, la Matemática servía no sólo para representar cantidades de cosas concretas o distancias entre objetos sino también para representar leyes universales que regían tanto el mundo material como el espiritual. Para los chinos, el Mundo era un movimiento constante en busca del equilibrio entre fenómenos opuestos” (EcuRed, 2014).

Esto demuestra que hace falta definir un nuevo conjunto que incluya a los naturales y al cero, pero que además incluya los naturales negativos. A ese conjunto se lo llama conjunto de los enteros, y se simboliza con la letra mayúscula \mathbb{Z} . Este conjunto no tiene primer elemento, porque siempre hay uno menor.

Los números negativos también los utilizamos para representar una pérdida o algo desfavorable y que son diferentes a los números que conocemos que se llaman números positivos y se utilizan para representar una ganancia o algo favorable. Un número con el signo menos antepuesto, se llama número negativo, estos números se utilizan, donde hay pérdidas o situaciones no favorables, mirándolos de otra manera.

4.6 Curiosidades

Los chinos utilizaban los números negativos hace más de dos mil cuatrocientos años, ya que eran capaces de representar con varillas negra los números negativos y con rojas los positivos.

Los matemáticos hindúes usaban los bienes, las deudas y la nada. Sin embargo en Europa la historia de la aceptación como números de los negativos fue un proceso que duro más de mil años, lleno de avances y retrocesos. Se tardó mucho más en considerar a los negativos como números. En el siglo XVII aparecen, en el diccionario matemático, como raíces falsas.

He aquí algunas frases de grandes pensadores, refiriéndose a los números negativos.

- ❖ “Descartes (1596-1650): No pueden existir números menores que nada.
- ❖ Girard (1590-1639): ¿Por qué esas soluciones imposibles?
- ❖ Newton (1642-1727): Las cantidades son afirmativas, o sea, mayores que nada, o negativas es decir, menores que nada. Así en las cosas humanas las posesiones pueden llamarse bienes positivos pero las deudas bienes negativos.
- ❖ Stendhal (1783-1842): Cual no sería mi desconcierto cuando nadie podía explicarme que menos por menos es más.
- ❖ D'Alembert (1717-1783): Escribió en la enciclopedia: Decir que la cantidad negativa es menor que nada es expresar una cosa que no se concibe” (Lorente, 2011)

4.7 Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias en matemáticas.

En los Lineamientos Generales de Procesos Curriculares del M.E.N. (2006) se establece que el Plan de Estudios es una estrategia para desarrollar intencionalmente el currículo de la educación formal. Por otra parte plantea que debe dar respuestas en cuanto al qué, al cómo, al para qué y al cuándo del

quehacer educativo, con miras a satisfacer las necesidades y expectativas que la comunidad y cada estudiante tiene respecto a la institución educativa.

El Plan de estudios además de ser entendido como la distribución estructurada por grados de los contenidos a ser desarrollados en las diferentes áreas obligatorias y fundamentales, debe plantear el cómo (metodología), el cuándo (tiempo) y la finalidad (para qué) de los diversos contenidos propuestos.

En este orden de ideas, el Plan de estudio presentado por el área de Matemáticas además de tener en cuenta lo anteriormente expuesto, ha considerado, por una parte la ley 115 de 1994, el decreto reglamentario 1860 de 1994 la resolución 2343 de 1996, los lineamientos curriculares del M.E.N. (2006), el cambio en la prueba de estado del año 2000 cuando se pasó a evaluación por competencias, y los estándares curriculares del MEN de (2006)

En la actualidad las matemáticas forman parte del proyecto educativo de nuestra sociedad, del conjunto de obras que todos debemos estudiar. Entonces ha surgido la cuestión ¿qué matemáticas deben estudiarse hoy en día en nuestra sociedad? ¿En qué consisten esas matemáticas que todos debemos saber? Es así entonces necesario analizar el currículo obligatorio que se propone en el sistema educativo, es decir, mirar de qué se componen las obras matemáticas seleccionadas asociadas al acto de enseñar un tema en específico, en este caso el sistema de los números enteros \mathbb{Z} .

En los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) manifiestan que la enseñanza de los diferentes sistemas numéricos, se realiza de una manera integrada para el caso del pensamiento numérico. En efecto el MEN (1998) plantea que:

“Una de las situaciones que involucran el desarrollo del pensamiento numérico hace referencia a la comprensión del significado de los números, a sus diferentes representaciones, a la de su poder descriptivo”. (MEN, 1998, pág. 26)

En los lineamientos se plantea la necesidad de una integración gradual entre distintos conceptos, procesos y contextos. La actividad matemática se toma como un centro de reflexión para el profesor de matemáticas y por lo tanto se exige que dichas actividades puedan mirarse de manera integrada.

En los Estándares (2006) el argumento es similar, aunque presenta sus matices.

En un principio, la complejidad conceptual y la gradualidad del aprendizaje de las matemáticas, exige en los estándares una alta coherencia tanto vertical como horizontal. La primera está dada por la relación de un estándar con los demás estándares del mismo pensamiento en los otros conjuntos de grados. La segunda está dada por la relación que tiene un estándar determinado con los demás pensamientos dentro del mismo conjunto de grados.

5 Metodología

En este capítulo se describe la forma en cómo se abordará el tema de esta monografía y la metodología que se utilizará, así como las variables a utilizar.

5.1 Marco Metodológico

En primera instancia se aplicará un pretest a los estudiantes de los grados 7º1 y 7º2 de la Escuela Normal Superior Sangrado Corazón de Aranzazu Caldas, para identificar la noción de número entero negativos que manejan los estudiantes y así tener un diagnóstico inicial.

Posteriormente se trabajará la unidad didáctica con estos mismos grados para conceptualizar el número entero negativo, sus operaciones y su utilidad en la cotidianidad.

Finalmente se aplicará un posttest con el fin de comparar resultados y de mirar los logros alcanzados.

Estos instrumentos se aplicarán a los estudiantes de grados mencionados, de tal manera que se incorpore el concepto de número entero negativo y sus operaciones; además su importancia, su historia y los estudios desarrollados en la sociedad sobre las nociones del número entero negativo.

Con la aplicación de los instrumentos antes mencionados (pretest, unidad didáctica y posttest). Para consolidar la información hallada en los resultados se hará uso del programa *Statistical Package for the Social Science* (SPSS), siendo uno de los programas estadísticos más conocidos teniendo en cuenta su capacidad para trabajar con grandes bases de datos y un sencillo interface para la mayoría de los análisis.

5.2 Metodología de la investigación

Para dar respuesta a las preguntas de investigación se realizarán las siguientes actividades:

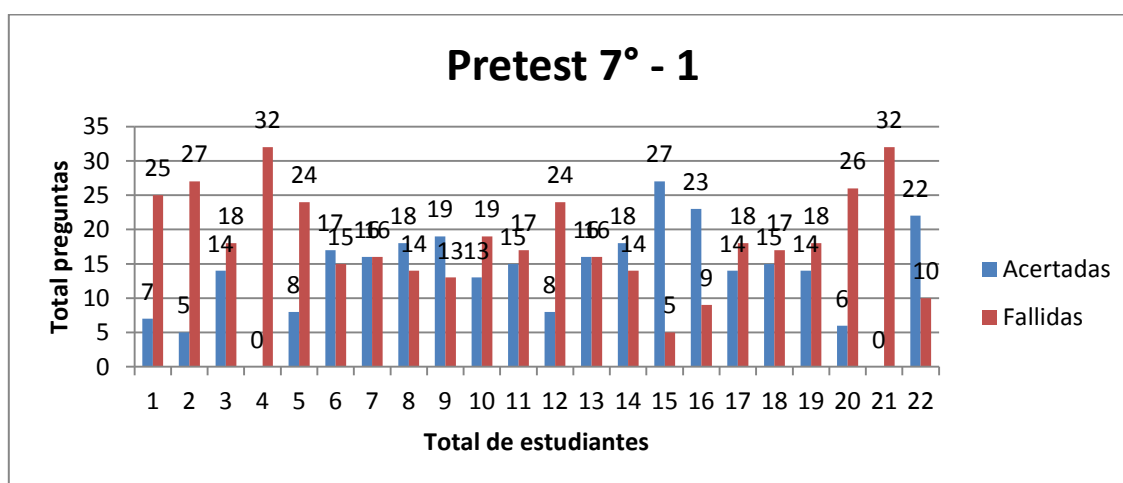
- ### 5.3 Descripción de las variables



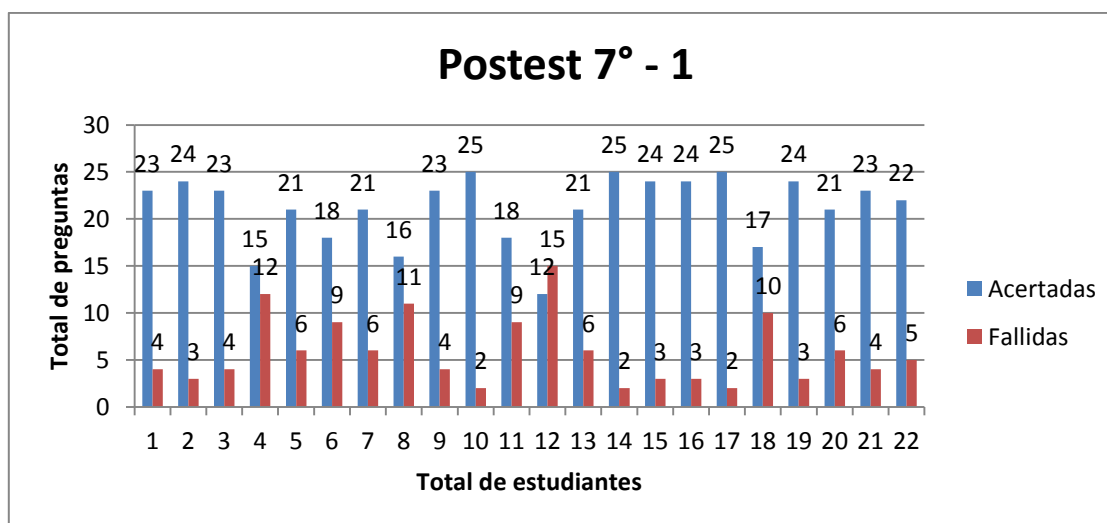
6 Análisis e interpretación de la información

Haciendo uso de los resultados en la aplicación del pretest y del postest en los estudiantes del grado 7º1 y 7º2 de la Escuela Normal Superior de Aranzazu Caldas, los efectos hallados después de la aplicación de la unidad didáctica nos mostraron unos mejores resultados, tal como se puede visualizar a continuación.

6.1 Análisis e interpretación de la información del pretest y el postest del grado 7º1



Gráfica N°1



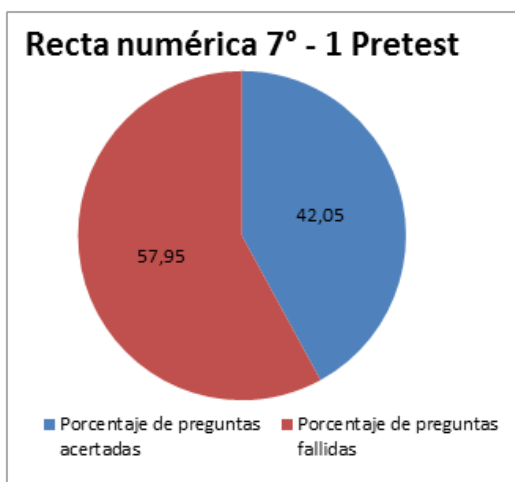
Gráfica N°2

Análisis e interpretación de la información

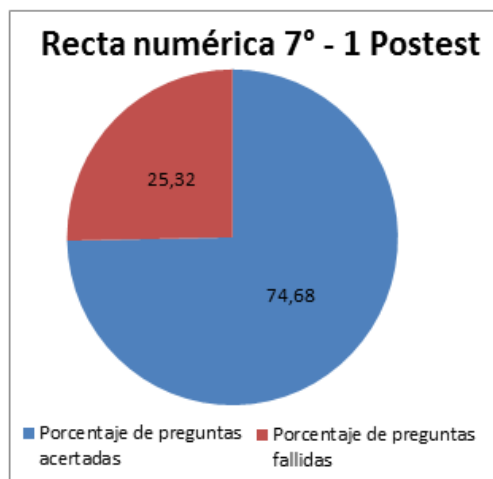
En las gráficas N°1 y N°2 se puede observar el total de preguntas resueltas de forma correcta (azul) y de forma incorrecta (rojo) con respecto al total de preguntas realizadas tanto en el pretest (32) como en el postest (27), tomando la totalidad de los estudiantes del grado 7°-1 que se involucraron en la muestra a analizar (22).

De lo anterior, se puede inferir que al aplicar la unidad didáctica, en definitiva, se observa un aumento en la cantidad de respuestas acertadas, ya que las gráficas muestran el auge del color azul en el postest, relacionando unos resultados en general muy buenos con respecto a los del pretest.

A continuación, se analizan dichos resultados tanto para el pretest como para el postest discriminados por cada tema. Estos porcentajes son el promedio del grupo referidos a las preguntas con respuestas acertadas y fallidas en cada tema.



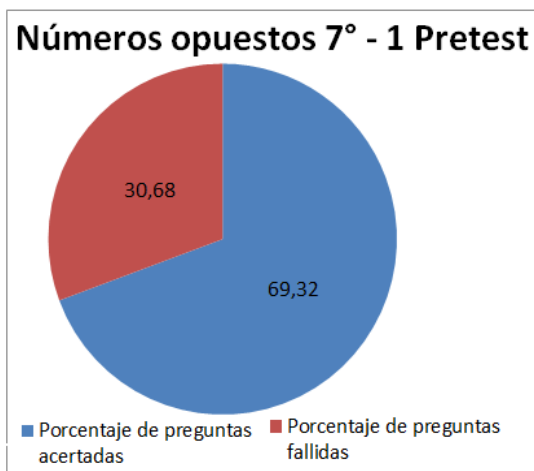
Grafica N° 3



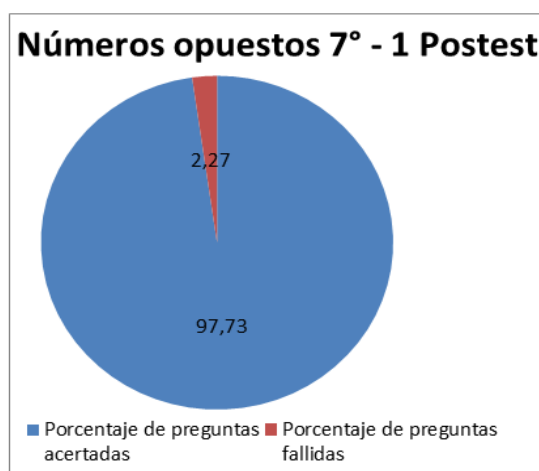
Grafica N° 4

En las gráficas N°3 y N°4, se observa el porcentaje de preguntas con respuesta acertada (azul) y con respuesta incorrecta (rojo) para el tema de “Recta numérica” tanto para el pretest como para el postest.

Se deduce, a partir de los porcentajes anteriores que en el postest se dio un incremento del 32,63% en cuanto a las preguntas respondidas acertadamente sobre el tema de “Recta numérica”.



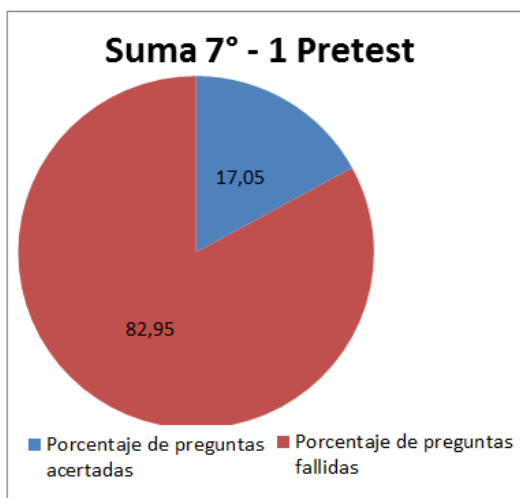
Gráfica N°5



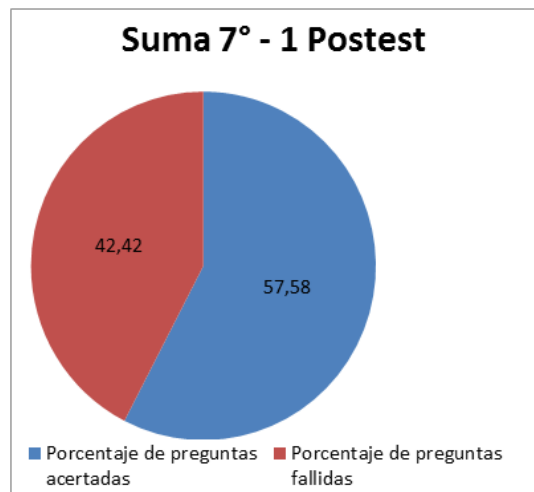
Gráfica N°6

En las gráficas N°5 y N°6, se observa el porcentaje de preguntas con respuesta acertada (azul) y con respuesta incorrecta (rojo) para el tema de “Números opuestos” tanto para el pretest como para el postest.

Se deduce, a partir de los porcentajes anteriores que en el postest se dio un incremento del 28,41% en cuanto a las preguntas respondidas acertadamente sobre el tema de “Números opuestos”.



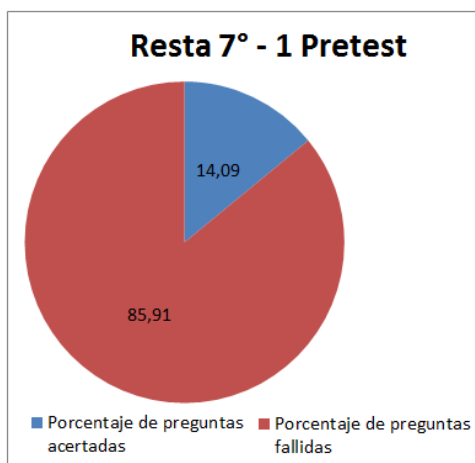
Gráfica N°7



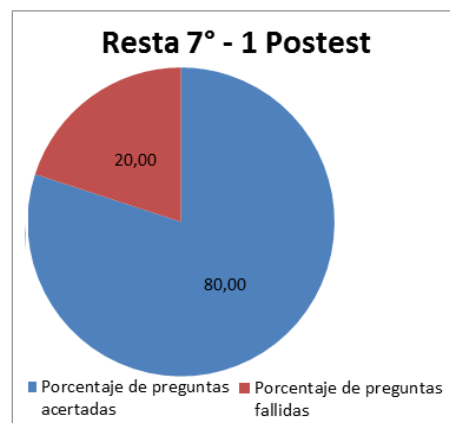
Gráfica N°8

En las gráficas N°7 y N°8, se observa el porcentaje de preguntas con respuesta acertada (azul) y con respuesta incorrecta (rojo) para el tema de “Suma” tanto para el pretest como para el postest.

Se deduce, a partir de los porcentajes anteriores que en el postest se dio un incremento del 40,53% en cuanto a las preguntas respondidas acertadamente sobre el tema de “Suma”.



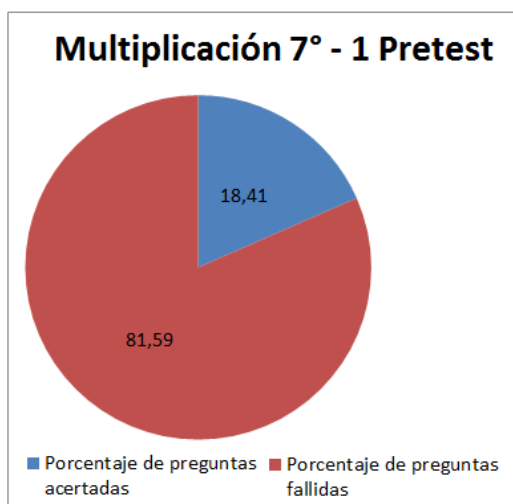
Gráfica N°9



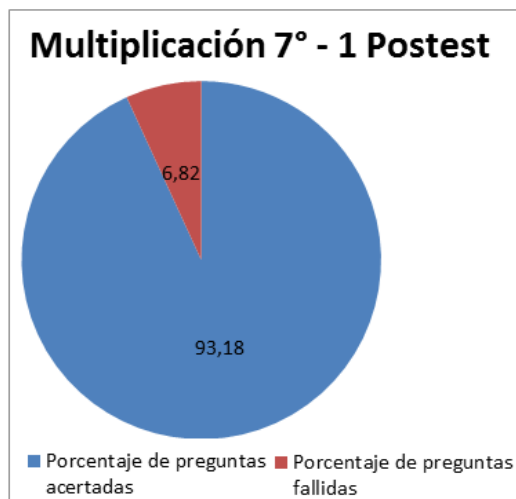
Gráfica N°10

En las gráficas N°9 y N°10, se observa el porcentaje de preguntas con respuesta acertada (azul) y con respuesta incorrecta (rojo) para el tema de “Resta” tanto para el pretest como para el posttest.

Se deduce, a partir de los porcentajes anteriores que en el posttest se dio un incremento del 65,91% en cuanto a las preguntas respondidas acertadamente sobre el tema de “Resta”.



Gráfica N°11



Gráfica N°12

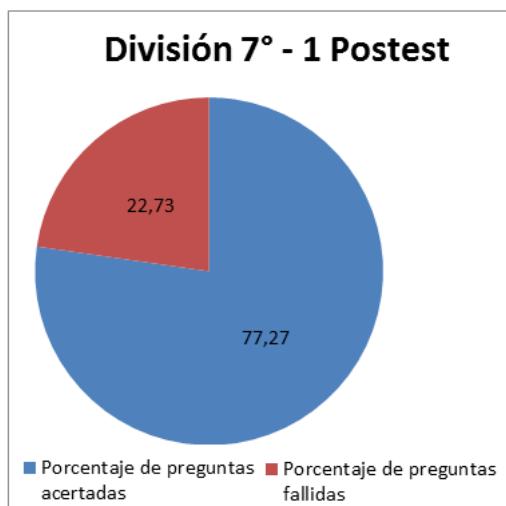
En las gráficas N°11 y N°12, se observa el porcentaje de preguntas con respuesta acertada (azul) y con respuesta incorrecta (rojo) para el tema de “Multiplicación” tanto para el pretest como para el posttest.

Análisis e interpretación de la información

Se deduce, a partir de los porcentajes anteriores que en el posttest se dio un incremento del 74,77% en cuanto a las preguntas respondidas acertadamente sobre el tema de “Multiplicación”.



Gráfica N°13



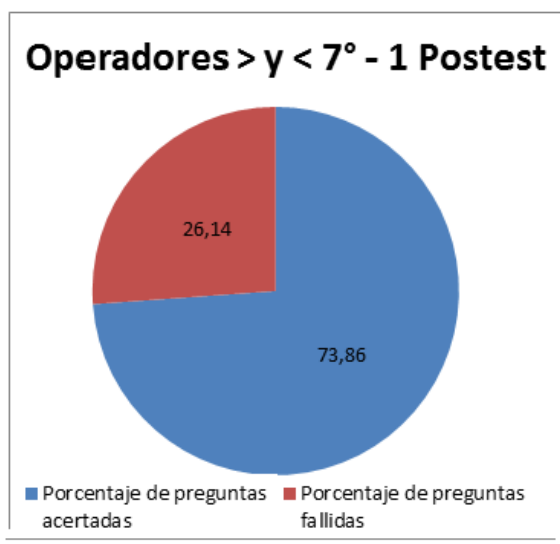
Gráfica N°14

En las gráficas N°13 y N°14, se observa el porcentaje de preguntas con respuesta acertada (azul) y con respuesta incorrecta (rojo) para el tema de “División” tanto para el pretest como para el posttest.

Se deduce, a partir de los porcentajes anteriores que en el posttest se dio un incremento del 77,27% en cuanto a las preguntas respondidas acertadamente sobre el tema de “División”.



Gráfica N°15

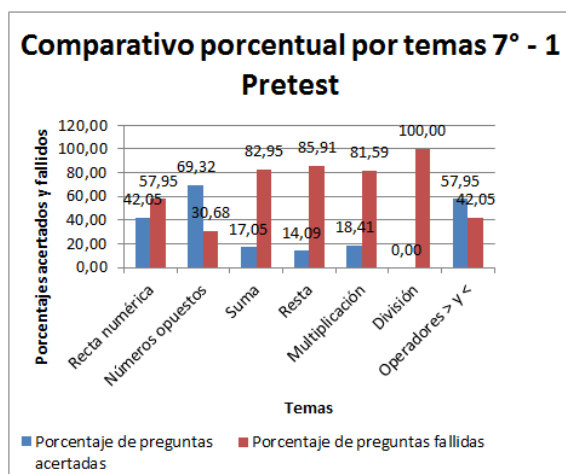


Gráfica N°16

Análisis e interpretación de la información

En las gráficas N°15 y N°16, se observa el porcentaje de preguntas con respuesta acertada (azul) y con respuesta incorrecta (rojo) para el tema de “Operadores > y <” tanto para el pretest como para el postest.

Se deduce, a partir de los porcentajes anteriores que en el postest se dio un incremento del 15,91% en cuanto a las preguntas respondidas acertadamente sobre el tema de “Operadores > y <”.

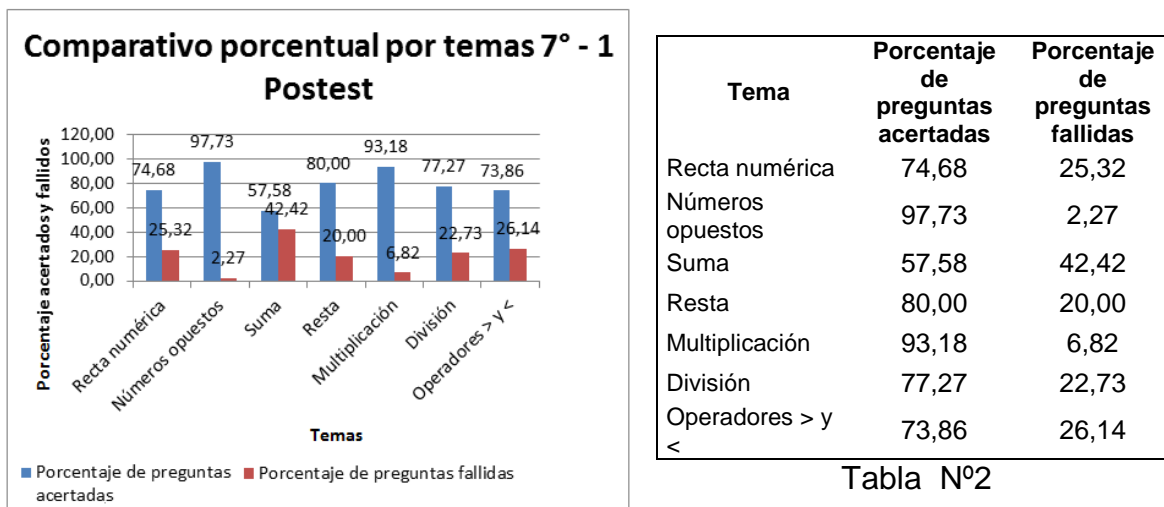


Gráfica N°17

Tema	Porcentaje de preguntas acertadas	Porcentaje de preguntas fallidas
Recta numérica	42,05	57,95
Números opuestos	69,32	30,68
Suma	17,05	82,95
Resta	14,09	85,91
Multiplicación	18,41	81,59
División	0,00	100,00
Operadores > y <	57,95	42,05

Tabla N°1

En la gráfica N°17 y en la Tabla N°1 se relacionan los valores de los porcentajes por temas de acuerdo las preguntas con respuestas acertadas e incorrectas para el pretest. Se puede notar que el tema de “Números opuestos” fue el que presentó un mayor porcentaje en el grupo con un 69,32% de preguntas con respuestas acertadas y el tema de “División” fue el que presentó un menor porcentaje en el grupo con un 0% de preguntas con respuestas acertadas, es decir, todas las respuestas fallidas.



Gráfica N°18

En la gráfica N°18 y en la Tabla N°2 se relacionan los valores de los porcentajes por temas de acuerdo las preguntas con respuestas acertadas e incorrectas para el postest. Se puede notar que el tema de “Números opuestos” siguió presentando un mayor porcentaje en el grupo con un 97,73% de preguntas con respuestas acertadas esta vez (Mejóro además) y el tema de “Suma” fue el que presentó un menor porcentaje en el grupo con un 57,58% de preguntas con respuestas acertadas.

6.1.1 Análisis de Frecuencias: pretest por temas 7°1

Estadísticos		Recta numérica y orden de los números	Números opuestos	Suma	Resta	Multiplicación	División	Operadores > y <
N	Válidos	22	22	22	22	22	22	22
	Perdidos	0	0	0	0	0	0	0
	Media	,4205	,6932	,1705	,1409	,1841	,0000	,5795
	Mediana	,5000	1,0000	,0000	,2000	,0000	,0000	,6250
	Moda	,50	1,00	,00	,00	,00	,00	,63
	Desv. típ.	,33082	,43254	,34835	,15325	,28925	,00000	,32856
	Mínimo	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
	Máximo	1,00	1,00	1,00	,50	1,00	,00	1,00

Tabla N°3

En la tabla N°3 se pueden observar los datos estadísticos obtenidos de la muestra grupal (22 válidos), tomando como referencia cada tema:

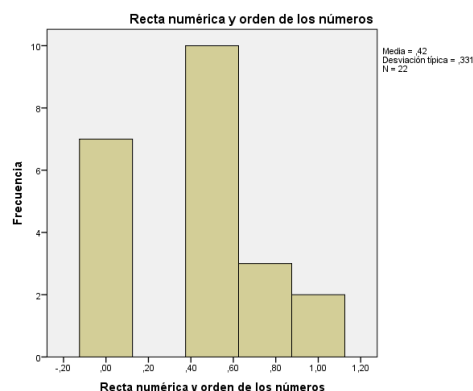
- Medidas de tendencia: Media, Mediana y Moda, entendidas respectivamente como el promedio del total de los datos, el valor central entre los datos y el dato más constante en la muestra.
- Desviación típica: El promedio de variación que hay por encima o por debajo del promedio central con respecto a cada dato.
- Mínimo y máximo: Entendidos como la probabilidad más baja y más alta de preguntas con respuestas acertadas dentro del general de la muestra.

A continuación, se muestran las tablas de frecuencias y los histogramas representativos de dichas frecuencias para cada tema en condición grupal para el pretest.

Tabla de frecuencia

Recta numérica y orden de los números				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos				
,00	7	31,8	31,8	31,8
,50	10	45,5	45,5	77,3
,75	3	13,6	13,6	90,9
1,00	2	9,1	9,1	100,0
Total	22	100,0	100,0	

Tabla N°4



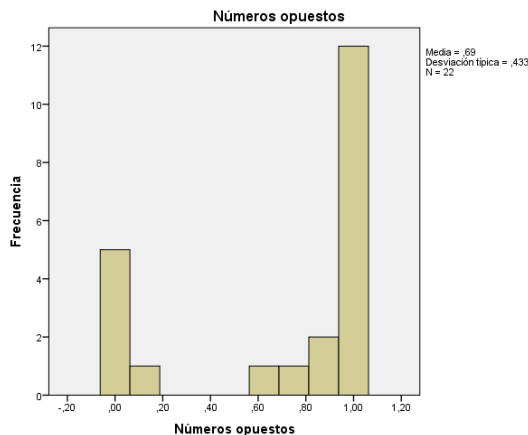
Gráfica N°19

En la tabla N°4 y en la gráfica N°19 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato (entendiéndose de ahora en adelante dato, como el cociente del total de respuestas acertadas sobre el total de preguntas respondidas) para el tema de "Recta numérica". Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se obtuvo con una frecuencia de 7, es decir, que de todas las preguntas sobre este tema, 7 estudiantes no respondieron ninguna correcta; el dato 0,50 se da con una frecuencia de 10, lo que indica que 10 estudiantes obtuvieron la mitad de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,75 se da con una frecuencia de 3, lo que indica que 3 estudiantes obtuvieron el 75% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 2, lo que indica que 2 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

Análisis e interpretación de la información

Números opuestos				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	,00	5	22,7	22,7
	,13	1	4,5	27,3
	,63	1	4,5	31,8
	,75	1	4,5	36,4
	,88	2	9,1	45,5
	1,00	12	54,5	100,0
Total	22	100,0	100,0	

Tabla N°5

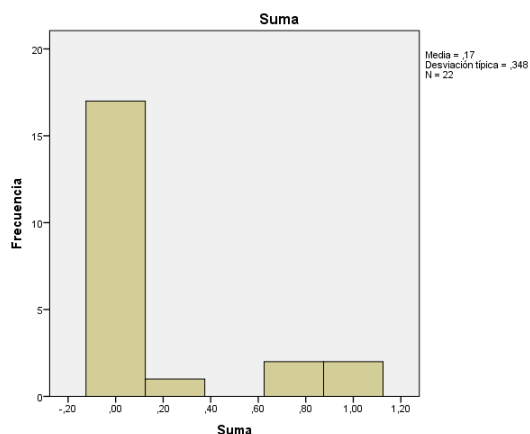


Gráfica N°20

En la tabla N°5 y en la gráfica N°20 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Números opuestos”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se obtuvo con una frecuencia de 5, es decir, que de todas las preguntas sobre este tema, 5 estudiantes no respondieron ninguna correcta; el dato 0,13 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 13% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,63 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 63% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,75 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 75% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,88 se da con una frecuencia de 2, lo que indica que 2 estudiantes obtuvieron el 88% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 12, lo que indica que 12 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

Suma				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	,00	17	77,3	77,3
	,25	1	4,5	81,8
	,75	2	9,1	90,9
	1,00	2	9,1	100,0
Total	22	100,0	100,0	

Tabla N°6



Gráfica N°2

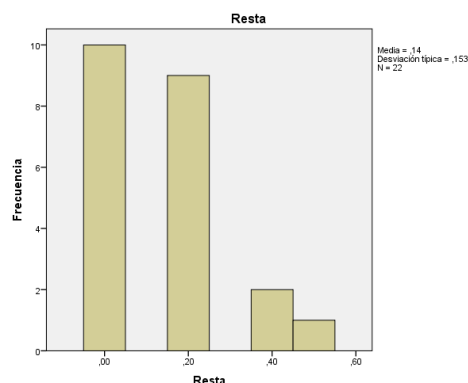
En la tabla N°6 y en la gráfica N°21 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Suma”. Tanto en la tabla como en el histograma se

Análisis e interpretación de la información

puede observar que el dato 0 se obtuvo con una frecuencia de 17, es decir, que de todas las preguntas sobre este tema, 17 estudiantes no respondieron ninguna correcta; el dato 0,25 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 25% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,75 se da con una frecuencia de 2, lo que indica que 2 estudiantes obtuvieron el 75% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 2, lo que indica que 2 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

		Resta			
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	,00	10	45,5	45,5	45,5
	,20	9	40,9	40,9	86,4
	,40	2	9,1	9,1	95,5
	,50	1	4,5	4,5	100,0
	Total	22	100,0	100,0	

Tabla N°7

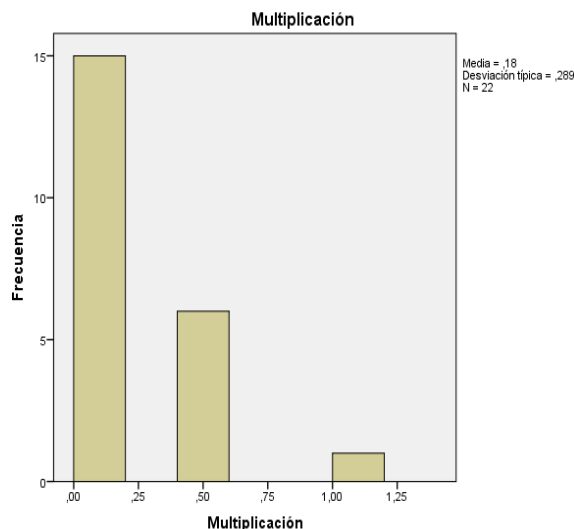


Gráfica N°22

En la tabla N°7 y en la gráfica N°22 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de "Resta". Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se obtuvo con una frecuencia de 10, es decir, que de todas las preguntas sobre este tema, 10 estudiantes no respondieron ninguna correcta; el dato 0,2 se da con una frecuencia de 9, lo que indica que 9 estudiantes obtuvieron el 20% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,4 se da con una frecuencia de 2, lo que indica que 2 estudiantes obtuvieron el 40% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 0,5 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 50% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente.

		Multiplicación			
Válidos		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
	,00	14	63,6	63,6	63,6
	,05	1	4,5	4,5	68,2
	,50	6	27,3	27,3	95,5
	1,00	1	4,5	4,5	100,0
	Total	22	100,0	100,0	

Tabla N°8

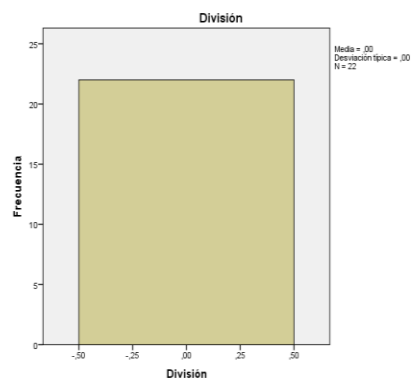


Gráfica N°23

En la tabla N°8 y en la gráfica N°23 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de "Multiplicación". Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se obtuvo con una frecuencia de 14, es decir, que de todas las preguntas sobre este tema, 14 estudiantes no respondieron ninguna correcta; el dato 0,05 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 5% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,5 se da con una frecuencia de 6, lo que indica que 6 estudiantes obtuvieron el 50% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

		División			
Válidos		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
	,00	22	100,0	100,0	100,0

Tabla N°9

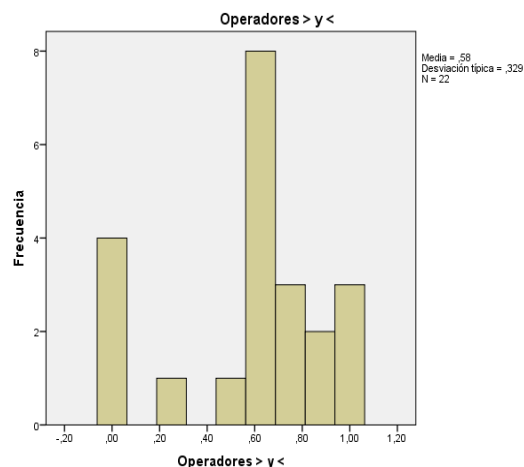


Gráfica N°24

En la tabla N°9 y en la gráfica N°24 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de "División". Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se obtuvo con una frecuencia de 22, es decir, que de todas las preguntas sobre este tema, 22 estudiantes no respondieron ninguna correcta, es decir, todos los estudiantes obtuvieron las respuestas fallidas a cerca de este tema.

Operadores > y <				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	,00	4	18,2	18,2
	,25	1	4,5	22,7
	,50	1	4,5	27,3
	,63	8	36,4	63,6
	,75	3	13,6	77,3
	,88	2	9,1	86,4
	1,00	3	13,6	100,0
	Total	22	100,0	100,0

Tabla N°10



Gráfica N°25

En la tabla N°10 y en la gráfica N°25 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Operadores > y <”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se obtuvo con una frecuencia de 4, es decir, que de todas las preguntas sobre este tema, 4 estudiantes no respondieron ninguna correcta; el dato 0,25 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 25% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,5 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 50% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,63 se da con una frecuencia de 8, lo que indica que 8 estudiantes obtuvieron el 63% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,75 se da con una frecuencia de 3, lo que indica que 3 estudiantes obtuvieron el 75% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,88 se da con una frecuencia de 2, lo que indica que 2 estudiantes obtuvieron el 88% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 3, lo que indica que 3 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

6.1.2 Análisis de Frecuencias: postest por temas 7°1

Análisis e interpretación de la información

		Estadísticos						
		Recta numérica y orden de los números	Números opuestos	Suma	Resta	Multiplicación	División	Operadores > y <
N	Válidos	22	22	22	22	22	22	22
	Perdidos	0	0	0	0	0	0	0
Media		,7459	,9773	,5759	,8000	,9318	,7727	,7386
Mediana		,7100	1,0000	1,0000	,8000	1,0000	1,0000	,7500
Moda		,71	1,00	1,00	,80	1,00	1,00	1,00
Desv. típ.		,15966	,10660	,49532	,16330	,23378	,36927	,29355
Mínimo		,43	,50	,00	,60	,00	,00	,00
Máximo		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabla N°11

En la tabla N°11 se pueden observar los datos estadísticos obtenidos de la muestra grupal (22 válidos), tomando como referencia cada tema:

- Medidas de tendencia: Media, Mediana y Moda, entendidas respectivamente como el promedio del total de los datos, el valor central entre los datos y el dato más constante en la muestra.
- Desviación típica: El promedio de variación que hay por encima o por debajo del promedio central con respecto a cada dato.
- Mínimo y máximo: Entendidos como la probabilidad más baja y más alta de preguntas con respuestas acertadas dentro del general de la muestra.

A continuación, se muestran las tablas de frecuencias y los histogramas representativos de dichas frecuencias para cada tema en condición grupal para el postest.

Tabla de frecuencia

Recta numérica y orden de los números				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	,43	1	4,5	4,5
	,57	5	22,7	27,3
	,71	7	31,8	59,1
	,86	6	27,3	86,4
	1,00	3	13,6	100,0
	Total	22	100,0	100,0

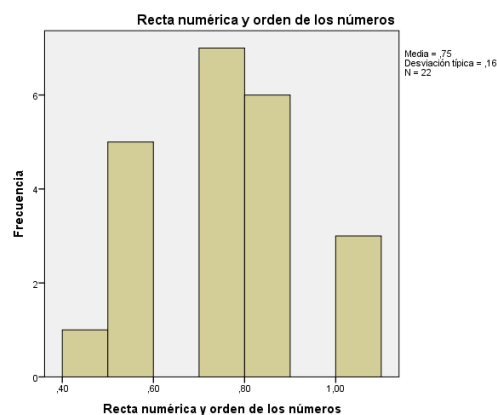


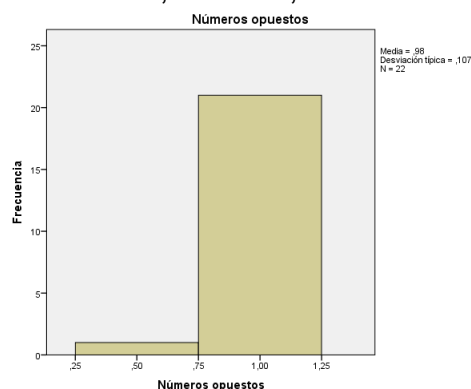
Tabla N°12

Gráfica N°26

En la tabla N°12 y en la gráfica N°26 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Recta numérica y orden de los números”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0,43 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 43% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,57 se da con una frecuencia de 5, lo que indica que 5 estudiantes obtuvieron el 57% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,71 se da con una frecuencia de 7, lo que indica que 7 estudiantes obtuvieron el 71% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,86 se da con una frecuencia de 6, lo que indica que 6 estudiantes obtuvieron el 86% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 3, lo que indica que 3 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

Números opuestos				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos				
,50	1	4,5	4,5	4,5
1,00	21	95,5	95,5	100,0
Total	22	100,0	100,0	

Tabla N°13

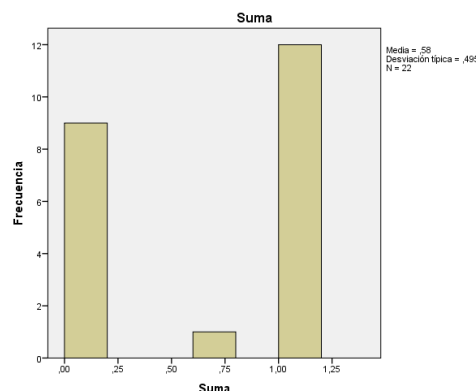


Gráfica N°27

En la tabla N°13 y en la gráfica N°27 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Números opuestos”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0,5 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 50% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, la mitad. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 21, lo que indica que 21 estudiantes de 22 obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

Suma				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos				
,00	9	40,9	40,9	40,9
,67	1	4,5	4,5	45,5
1,00	12	54,5	54,5	100,0
Total	22	100,0	100,0	

Tabla N°14



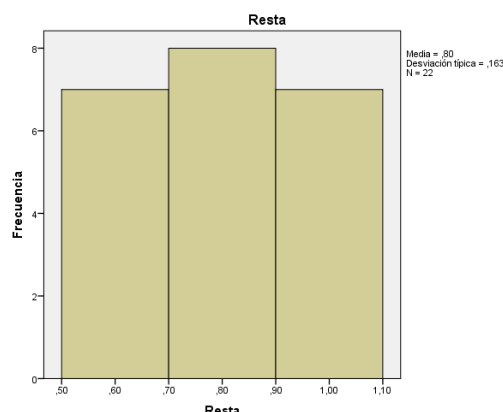
Gráfica N°28

Análisis e interpretación de la información

En la tabla N°14 y en la gráfica N°28 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Suma”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se da con una frecuencia de 9, lo que indica que 9 estudiantes no respondieron ninguna de las preguntas sobre este tema acertadamente. El dato 0,67 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 67% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 12, lo que indica que 12 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

		Resta		
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	,60	7	31,8	31,8
	,80	8	36,4	68,2
	1,00	7	31,8	100,0
	Total	22	100,0	100,0

Tabla N°15

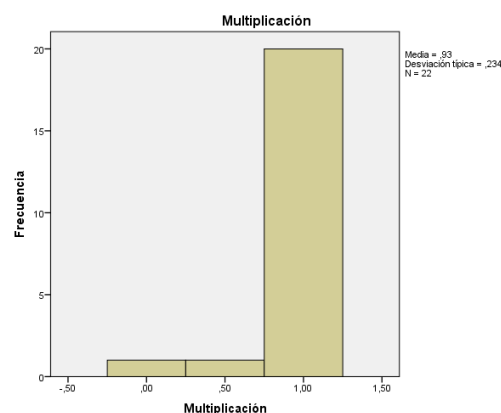


Gráfica N°29

En la tabla N°15 y en la gráfica N°29 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Resta”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0,6 se da con una frecuencia de 7, lo que indica que 7 estudiantes obtuvieron el 60% de las preguntas sobre este tema acertadamente. El dato 0,8 se da con una frecuencia de 8, lo que indica que 8 estudiantes obtuvieron el 80% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 7, lo que indica que 7 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

		Multiplicación		
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	,00	1	4,5	4,5
	,50	1	4,5	9,1
	1,00	20	90,9	100,0
	Total	22	100,0	100,0

Tabla N°16



Gráfica N°30

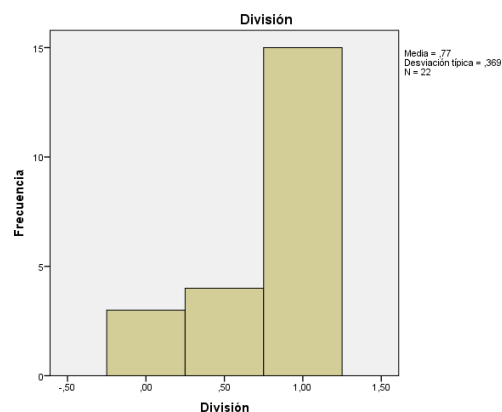
En la tabla N°16 y en la gráfica N°30 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Multiplicación”. Tanto en la tabla como en el

Análisis e interpretación de la información

histograma se puede observar que el dato 0 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante no respondió ninguna de las preguntas sobre este tema acertadamente. El dato 0,5 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 50% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, la mitad. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 20, lo que indica que 20 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

Válidos	División			
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
	,00	3	13,6	13,6
	,50	4	18,2	31,8
	1,00	15	68,2	100,0
Total	22	100,0	100,0	

Tabla N°17

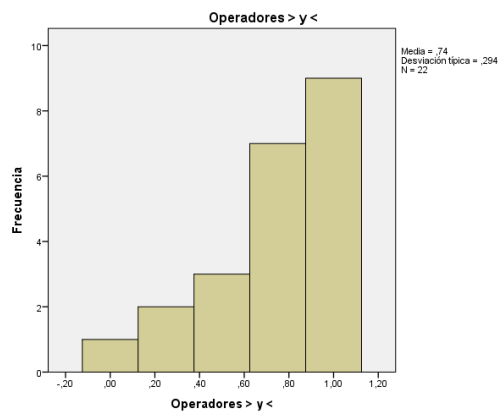


Gráfica N°31

En la tabla N°17 y en la gráfica N°31 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de "División". Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se da con una frecuencia de 3, lo que indica que 3 estudiantes no respondieron ninguna de las preguntas sobre este tema acertadamente. El dato 0,5 se da con una frecuencia de 4, lo que indica que 4 estudiantes obtuvieron el 50% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, la mitad. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 15, lo que indica que 15 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

Válidos	Operadores > y <			
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
	,00	1	4,5	4,5
	,25	2	9,1	13,6
	,50	3	13,6	27,3
	,75	7	31,8	59,1
	1,00	9	40,9	100,0
Total	22	100,0	100,0	

Tabla N°18



Gráfica N°32

En la tabla N°18 y en la gráfica N°32 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de "Operadores > y <". Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se da con una frecuencia de 1, lo que

Análisis e interpretación de la información

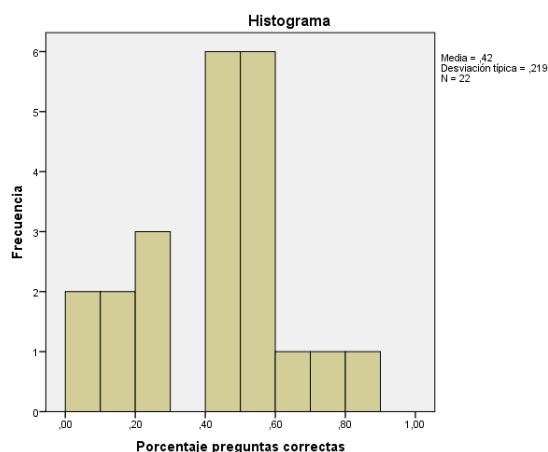
indica que 1 estudiante no respondió ninguna de las preguntas sobre este tema acertadamente. El dato 0,25 se da con una frecuencia de 2, lo que indica que 2 estudiantes obtuvieron el 25% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,5 se da con una frecuencia de 3, lo que indica que 3 estudiantes obtuvieron el 50% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, la mitad. El dato 0,75 se da con una frecuencia de 7, lo que indica que 7 estudiantes obtuvieron el 75% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 9, lo que indica que 9 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

6.1.3 Análisis de Frecuencias: pretest por preguntas acertadas

7º1

Estadísticos	
Porcentaje preguntas correctas	
N	
Válidos	22
Perdidos	1
Media	,4195
Mediana	,4550
Moda	,44
Desv. típ.	,21927
Mínimo	,00
Máximo	,84

Tabla N° 19



Gráfica N°33

Porcentaje preguntas correctas				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	,00	2	8,7	9,1
	,16	1	4,3	13,6
	,19	1	4,3	18,2
	,22	1	4,3	22,7
	,25	2	8,7	31,8
	,41	1	4,3	36,4
	,44	3	13,0	50,0
	,47	2	8,7	59,1

Análisis e interpretación de la información

	,50	2	8,7	9,1	68,2
	,53	1	4,3	4,5	72,7
	,56	2	8,7	9,1	81,8
	,59	1	4,3	4,5	86,4
	,69	1	4,3	4,5	90,9
	,72	1	4,3	4,5	95,5
	,84	1	4,3	4,5	100,0
	Total	22	95,7	100,0	
Perdidos	Sistema	1	4,3		
	Total	23	100,0		

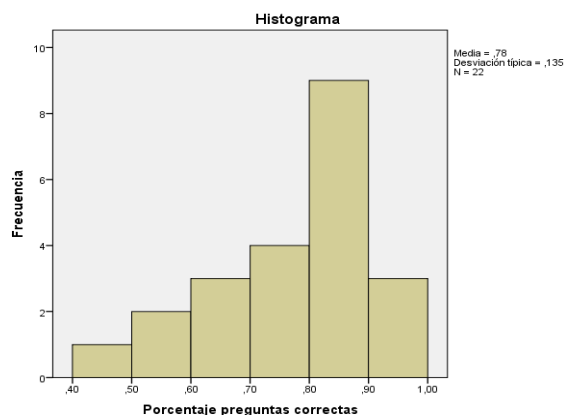
Tabla N°20

En las tablas N°19 y N°20 y en la gráfica N°33 se pueden observar las medidas de tendencia para el total de los estudiantes con respecto a las preguntas con respuestas acertadas en el pretest, teniendo en cuenta la generalización de la prueba, es decir, sin discriminar por temas el rendimiento de la misma. También se muestra el promedio de desviación típica de los datos con respecto a la media y el mínimo y máximo que se refieren específicamente al valor menor y al valor mayor respectivamente entre los datos obtenidos en la prueba. De la misma manera se puede verificar cada dato y con qué frecuencia éste se da. También el porcentaje de equivalencia de cada dato y el porcentaje acumulado a medida que se aumenta el intervalo a analizar dentro de la muestra.

6.1.4 Análisis de Frecuencias: posttest por preguntas acertadas 7°1

Estadísticos		
Porcentaje preguntas correctas		
N	Válidos	22
	Perdidos	0
Media		,7836
Mediana		,8300
Moda		,78 ^a
Desv. típ.		,13503
Mínimo		,44
Máximo		,93
a. Existen varias modas. Se mostrará el menor de los valores.		

Tabla N°21



Gráfica N°34

Porcentaje preguntas correctas				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	,44	1	4,5	4,5
	,56	1	4,5	9,1
	,59	1	4,5	13,6
	,63	1	4,5	18,2
	,67	2	9,1	27,3
	,78	4	18,2	45,5
	,81	1	4,5	50,0
	,85	4	18,2	68,2
	,89	4	18,2	86,4
	,93	3	13,6	100,0
	Total	22	100,0	100,0

Tabla N°22

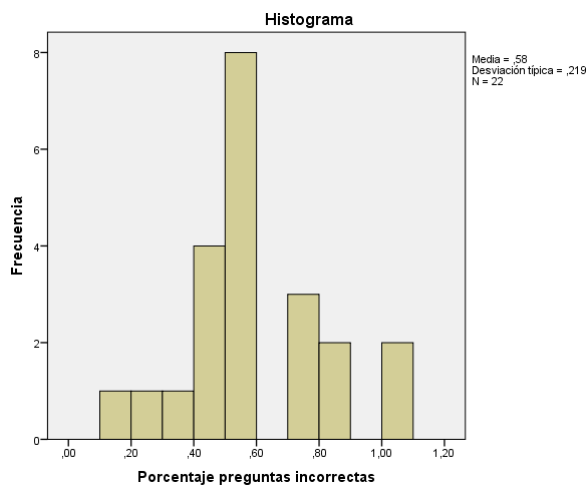
En las tablas N°21 y N°22 y en la gráfica N°34 se pueden observar las medidas de tendencia para el total de los estudiantes con respecto a las preguntas con respuestas acertadas en el postest, teniendo en cuenta la generalización de la prueba, es decir, sin discriminar por temas el rendimiento de la misma. También se muestra el promedio de desviación típica de los datos con respecto a la media y el mínimo y máximo que se refieren específicamente al valor menor y al valor mayor respectivamente entre los datos obtenidos en la prueba. De la misma manera se puede verificar cada dato y con qué frecuencia éste se da. También el porcentaje de equivalencia de cada dato y el porcentaje acumulado a medida que se aumenta el intervalo a analizar dentro de la muestra.

6.1.5 Análisis de Frecuencias: pretest por preguntas incorrectas

7°1

Estadísticos		
Porcentaje preguntas incorrectas		
N	Válidos	22
	Perdidos	1
Media		,5805
Mediana		,5450
Moda		,56
Desv. típ.		,21927
Mínimo		,16
Máximo		1,00

Tabla N°23



Gráfica N°35

Porcentaje preguntas incorrectas				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	,16	1	4,3	4,5
	,28	1	4,3	9,1
	,31	1	4,3	13,6
	,41	1	4,3	18,2
	,44	2	8,7	27,3
	,47	1	4,3	31,8
	,50	2	8,7	40,9
	,53	2	8,7	50,0
	,56	3	13,0	63,6
	,59	1	4,3	68,2
	,75	2	8,7	77,3
	,78	1	4,3	81,8
	,81	1	4,3	86,4
	,84	1	4,3	90,9
	1,00	2	8,7	100,0
	Total	22	95,7	100,0
Perdidos	Sistema	1	4,3	
Total		23	100,0	

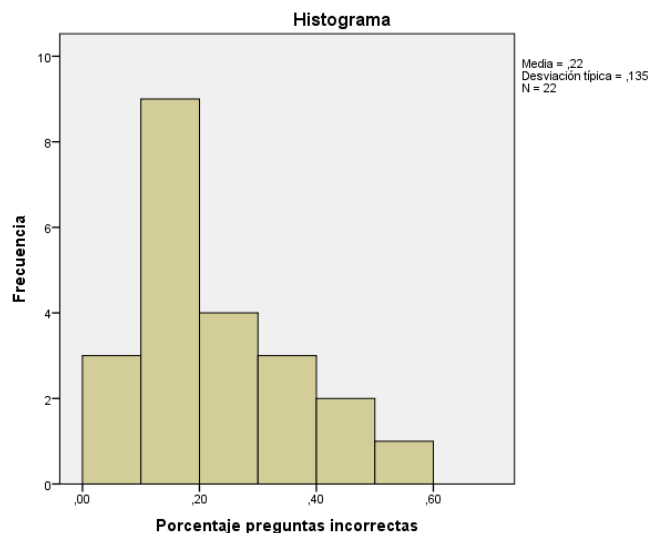
Tabla N°24

En las tablas N°23 y N°24 y en la gráfica N°35 se pueden observar las medidas de tendencia para el total de los estudiantes con respecto a las preguntas con respuestas incorrectas en el pretest, teniendo en cuenta la generalización de la prueba, es decir, sin discriminar por temas el rendimiento de la misma. También se muestra el promedio de desviación típica de los datos con respecto a la media y el mínimo y máximo que se refieren específicamente al valor menor y al valor mayor respectivamente entre los datos obtenidos en la prueba. De la misma manera se puede verificar cada dato y con qué frecuencia éste se da. También el porcentaje de equivalencia de cada dato y el porcentaje acumulado a medida que se aumenta el intervalo a analizar dentro de la muestra.

6.1.6 Análisis de Frecuencias: postest por preguntas incorrectas

Estadísticos		
Porcentaje preguntas incorrectas		
N	Válidos	22
	Perdidos	0
Media		,2164
Mediana		,1700
Moda		,11 ^a
Desv. típ.		,13503
Mínimo		,07
Máximo		,56
a. Existen varias modas. Se mostrará el menor de los valores.		

Tabla N°25



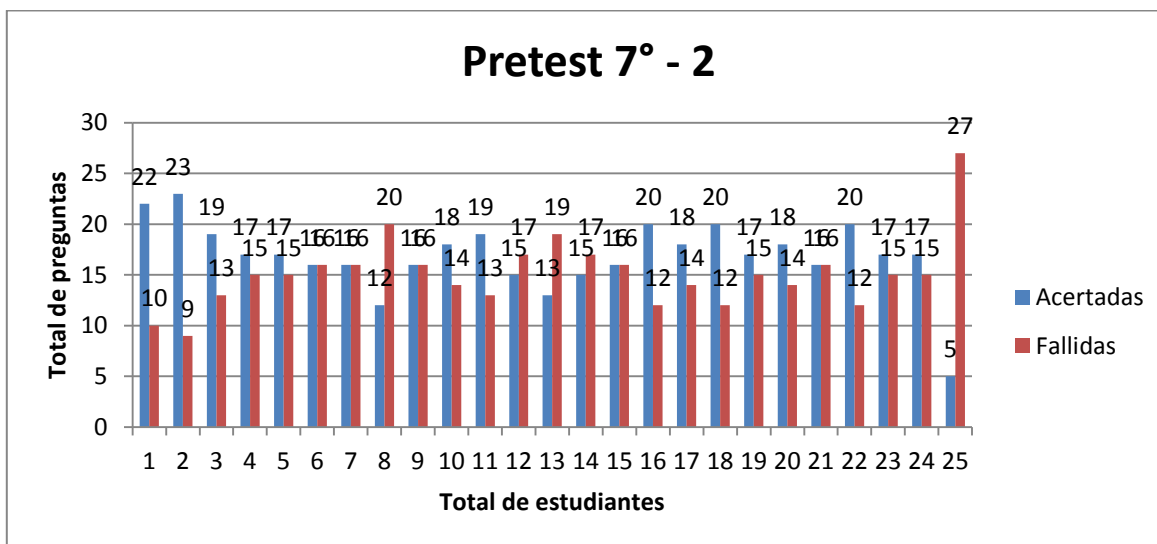
Gráfica N°36

Porcentaje preguntas incorrectas				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
	,07	3	13,6	13,6
	,11	4	18,2	31,8
	,15	4	18,2	50,0
	,19	1	4,5	54,5
	,22	4	18,2	72,7
Válidos	,33	2	9,1	81,8
	,37	1	4,5	86,4
	,41	1	4,5	90,9
	,44	1	4,5	95,5
	,56	1	4,5	100,0
Total	22	100,0	100,0	

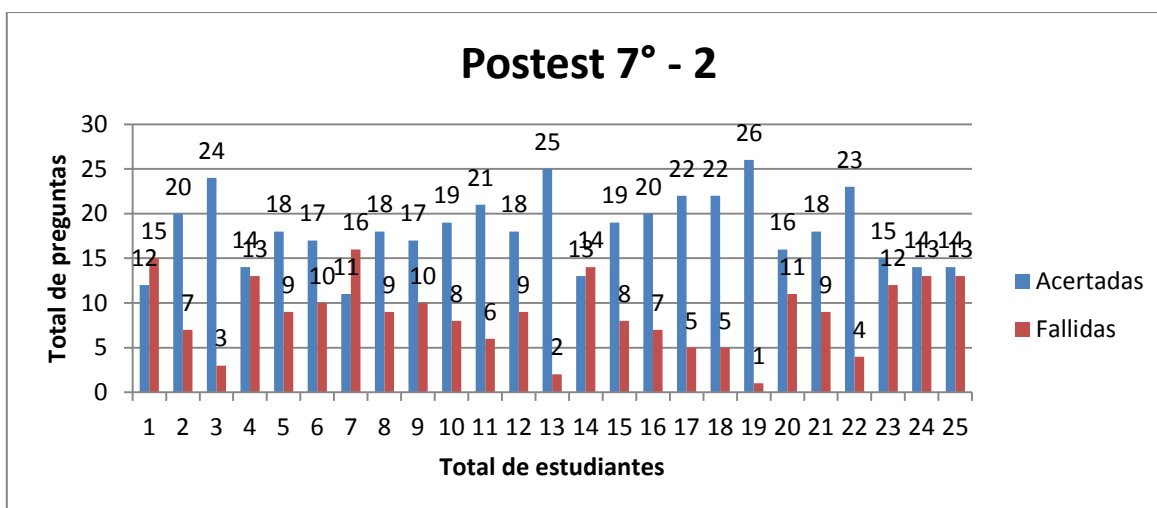
Tabla N°26

En las tablas N°25 y N°26 y en la gráfica N°36 se pueden observar las medidas de tendencia para el total de los estudiantes con respecto a las preguntas con respuestas incorrectas en el posttest, teniendo en cuenta la generalización de la prueba, es decir, sin discriminar por temas el rendimiento de la misma. También se muestra el promedio de desviación típica de los datos con respecto a la media y el mínimo y máximo que se refieren específicamente al valor menor y al valor mayor respectivamente entre los datos obtenidos en la prueba. De la misma manera se puede verificar cada dato y con qué frecuencia éste se da. También el porcentaje de equivalencia de cada dato y el porcentaje acumulado a medida que se aumenta el intervalo a analizar dentro de la muestra.

6.2 Análisis e interpretación de la información del pretest y el posttest del grado 7º2



Gráfica N°37



Gráfica N°38

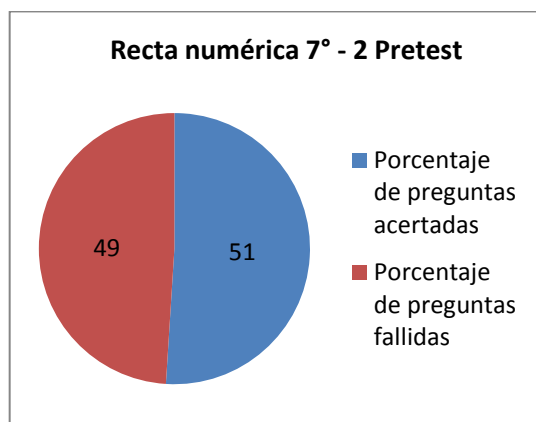
En las gráficas N°37 y N°38 se puede observar el total de preguntas resueltas de forma correcta (azul) y de forma incorrecta (rojo) con respecto al total de preguntas realizadas tanto en el pretest (32) como en el posttest (27), tomando la totalidad de los estudiantes del grado 7º-2 que se involucraron en la muestra a analizar (25).

Análisis e interpretación de la información

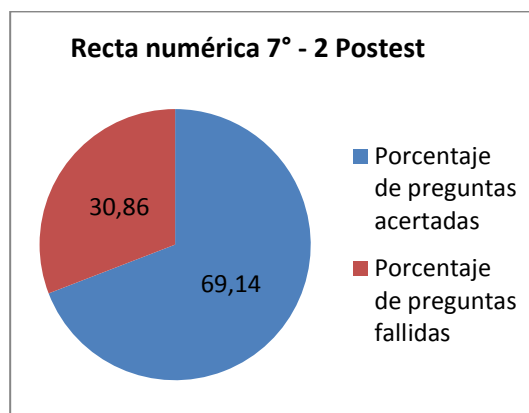
De lo anterior, se puede inferir que al aplicar la unidad didáctica, en definitiva, se observa un aumento en la cantidad de respuestas acertadas, ya que las gráficas muestran el auge del color azul en el postest, relacionando unos resultados en general muy buenos con respecto a los del pretest.

A continuación, se analizan dichos resultados tanto para el pretest como para el postest discriminados por cada tema.

Estos porcentajes son el promedio del grupo referidos a las preguntas con respuestas acertadas y fallidas en cada tema.



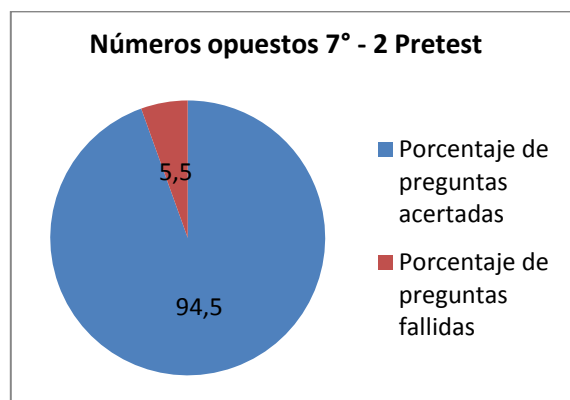
Gráfica N°39



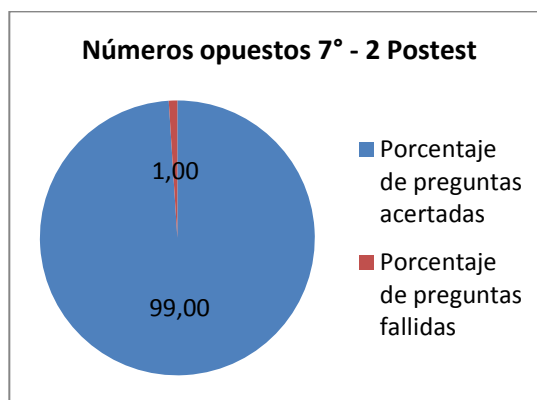
Gráfica N°40

En las gráficas N°39 y N°40, se observa el porcentaje de preguntas con respuesta acertada (azul) y con respuesta incorrecta (rojo) para el tema de “Recta numérica” tanto para el pretest como para el postest.

Se deduce, a partir de los porcentajes anteriores que en el postest se dio un incremento del 18,14% en cuanto a las preguntas respondidas acertadamente sobre el tema de “Recta numérica”.



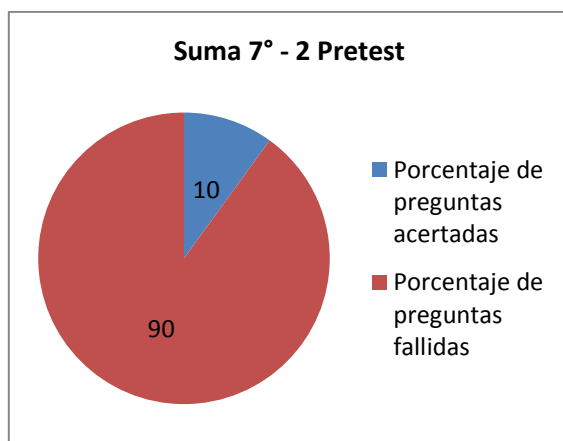
Gráfica N°41



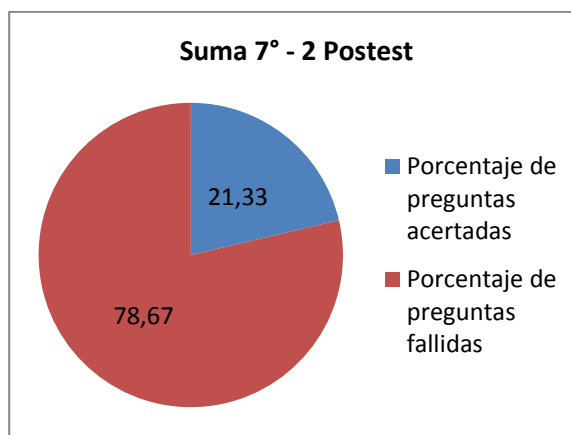
Gráfica N°42

En las gráficas N°41 y N°42, se observa el porcentaje de preguntas con respuesta acertada (azul) y con respuesta incorrecta (rojo) para el tema de “Números opuestos” tanto para el pretest como para el postest.

Se deduce, a partir de los porcentajes anteriores que en el postest se dio un incremento del 4,5% en cuanto a las preguntas respondidas acertadamente sobre el tema de “Números opuestos”.



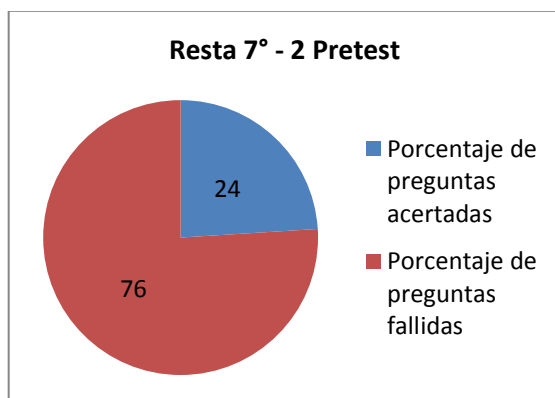
Gráfica N°43



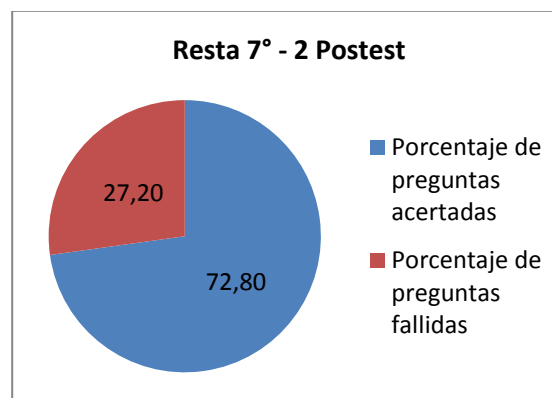
Gráfica N°44

En las gráficas N°43 y N°44, se observa el porcentaje de preguntas con respuesta acertada (azul) y con respuesta incorrecta (rojo) para el tema de “Suma” tanto para el pretest como para el postest.

Se deduce, a partir de los porcentajes anteriores que en el postest se dio un incremento del 11,33% en cuanto a las preguntas respondidas acertadamente sobre el tema de “Suma”.



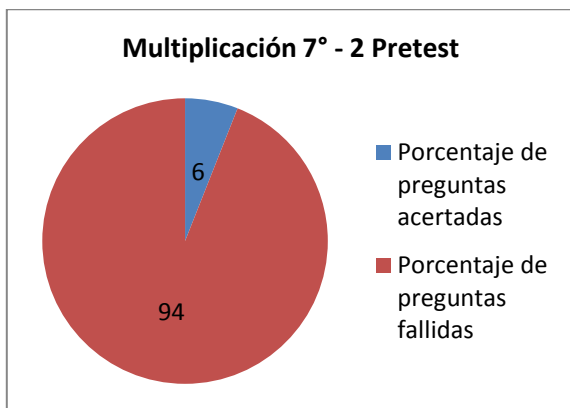
Gráfica N°45



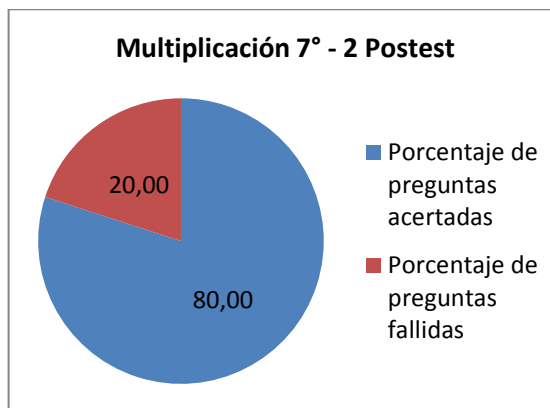
Gráfica N°46

En las gráficas N°45 y N°46, se observa el porcentaje de preguntas con respuesta acertada (azul) y con respuesta incorrecta (rojo) para el tema de “Resta” tanto para el pretest como para el postest.

Se deduce, a partir de los porcentajes anteriores que en el postest se dio un incremento del 48,8% en cuanto a las preguntas respondidas acertadamente sobre el tema de “Resta”.



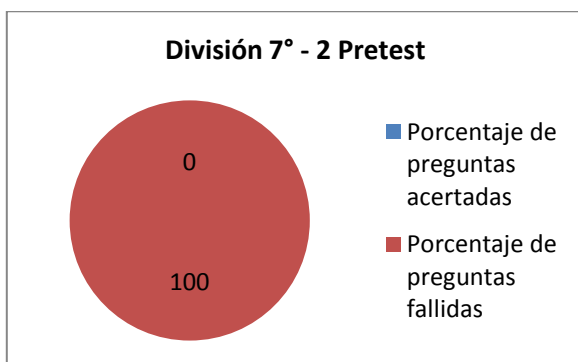
Gráfica N°47



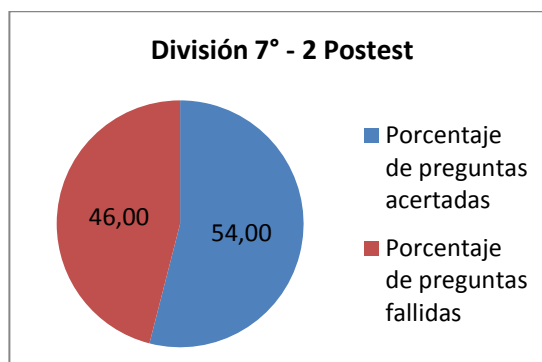
Gráfica N°48

En las gráficas N°47 y N°48, se observa el porcentaje de preguntas con respuesta acertada (azul) y con respuesta incorrecta (rojo) para el tema de “Multiplicación” tanto para el pretest como para el postest.

Se deduce, a partir de los porcentajes anteriores que en el postest se dio un incremento del 74% en cuanto a las preguntas respondidas acertadamente sobre el tema de “Multiplicación”.



Gráfica N°49



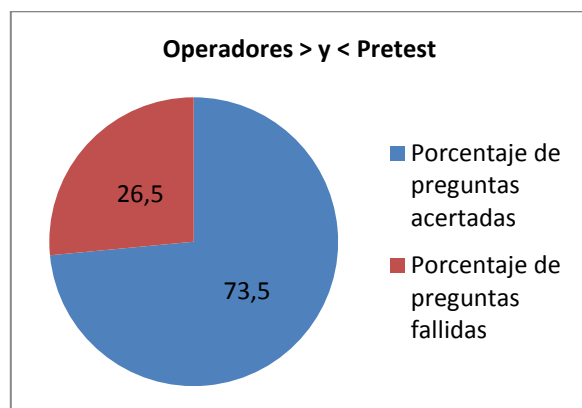
Gráfica N°50

Se deduce, a partir de los porcentajes anteriores que en el postest se dio un incremento En las gráficas N°49 y N°50, se observa el porcentaje de preguntas

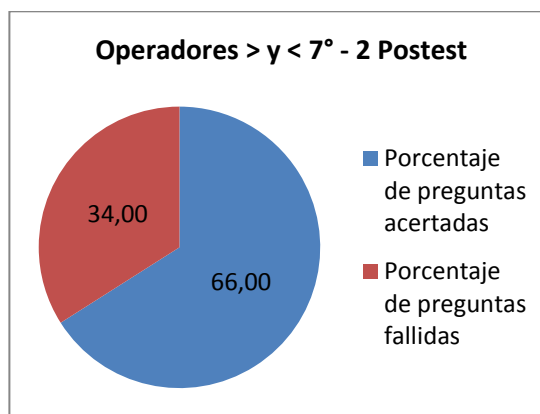
Análisis e interpretación de la información

con respuesta acertada (azul) y con respuesta incorrecta (rojo) para el tema de “División” tanto para el pretest como para el postest.

Del 54% en cuanto a las preguntas respondidas acertadamente sobre el tema de “División”.



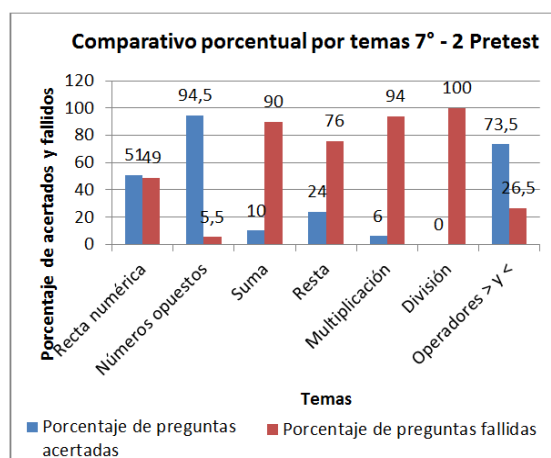
Gráfica N°51



Gráfica N°52

En las gráficas N°51 y N°52, se observa el porcentaje de preguntas con respuesta acertada (azul) y con respuesta incorrecta (rojo) para el tema de “Operadores > y <” tanto para el pretest como para el postest.

Se deduce, a partir de los porcentajes anteriores que en el postest se dio un decremento del 7,5% en cuanto a las preguntas respondidas acertadamente sobre el tema de “Operadores > y <”.



Gráfica N°53

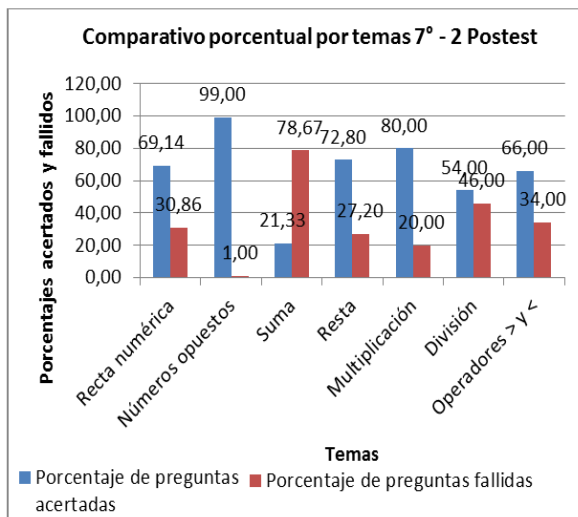
Tema	Porcentaje de preguntas acertadas	Porcentaje de preguntas fallidas
Recta numérica	51	49
Números opuestos	94,5	5,5
Suma	10	90
Resta	24	76
Multiplicación	6	94
División	0	100
Operadores > y <	73,5	26,5

Tabla N°27

En la gráfica N°53 y en la Tabla N°27 se relacionan los valores de los porcentajes por temas de acuerdo las preguntas con respuestas acertadas e incorrectas para el pretest. Se puede notar que el tema de “Números opuestos” fue el que presentó

Análisis e interpretación de la información

un mayor porcentaje en el grupo con un 94,5% de preguntas con respuestas acertadas y el tema de “División” fue el que presentó un menor porcentaje en el grupo con un 0% de preguntas con respuestas acertadas, es decir, todas las respuestas fallidas.



Gráfica N°54

Tema	Porcentaje de preguntas acertadas	Porcentaje de preguntas fallidas
Recta numérica	69,14	30,86
Números opuestos	99,00	1,00
Suma	21,33	78,67
Resta	72,80	27,20
Multiplicación	80,00	20,00
División	54,00	46,00
Operadores > y <	66,00	34,00

Tabla N°28

En la gráfica N°54 y en la Tabla N°28 se relacionan los valores de los porcentajes por temas de acuerdo a las preguntas con respuestas acertadas e incorrectas para el postest. Se puede notar que el tema de “Números opuestos” siguió presentando un mayor porcentaje en el grupo con un 99% de preguntas con respuestas acertadas esta vez (Mejoró además) y el tema de “Suma” fue el que presentó un menor porcentaje en el grupo con un 21,33% de preguntas con respuestas acertadas.

6.2.1 Análisis de Frecuencias: pretest por temas 7º2

		Estadísticos						
		Recta numérica y orden de los números	Números opuestos	Suma	Resta	Multiplicación	División	Operadores > y <
N	Válidos	25	25	25	25	25	25	25
	Perdidos	0	0	0	0	0	0	0
Media		,5100	,9450	,1000	,2400	,0600	,0000	,7350
Mediana		,5000	1,0000	,0000	,2000	,0000	,0000	,7500
Moda		,50	1,00	,00	,20	,00	,00	,63 ^a
Desv. típ.		,27462	,20438	,28868	,20000	,21985	,00000	,17048
Mínimo		,00	,00	,00	,00	,00	,00	,50

Análisis e interpretación de la información

Máximo	1,00	1,00	1,00	,80	1,00	,00	1,00
--------	------	------	------	-----	------	-----	------

a. Existen varias modas. Se mostrará el menor de los valores.

Tabla N°29

En la tabla N°29 se pueden observar los datos estadísticos obtenidos de la muestra grupal (25 válidos), tomando como referencia cada tema:

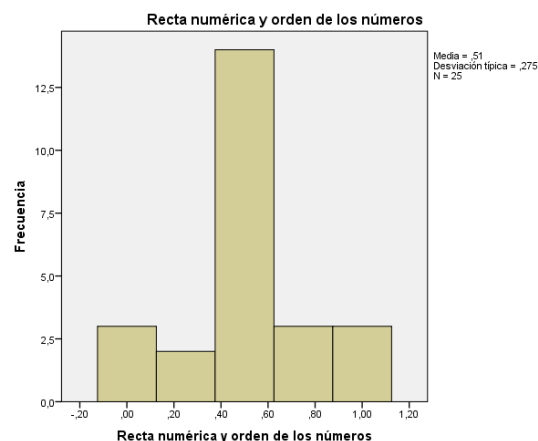
- Medidas de tendencia: Media, Mediana y Moda, entendidas respectivamente como el promedio del total de los datos, el valor central entre los datos y el dato más constante en la muestra.
- Desviación típica: El promedio de variación que hay por encima o por debajo del promedio central con respecto a cada dato.
- Mínimo y máximo: Entendidos como la probabilidad más baja y más alta de preguntas con respuestas acertadas dentro del general de la muestra.

A continuación, se muestran las tablas de frecuencias y los histogramas representativos de dichas frecuencias para cada tema en condición grupal para el pretest.

Tabla de frecuencia

Recta numérica y orden de los números				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos				
,00	3	12,0	12,0	12,0
,25	2	8,0	8,0	20,0
,50	14	56,0	56,0	76,0
,75	3	12,0	12,0	88,0
1,00	3	12,0	12,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Tabla N°30



Gráfica N°55

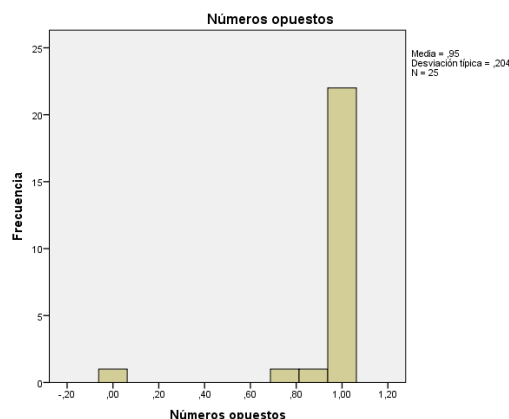
En la tabla N°30 y en la gráfica N°55 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato (entendiéndose de ahora en adelante dato, como el cociente del total de respuestas acertadas sobre el total de preguntas respondidas) para el tema de “Recta numérica”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se obtuvo con una frecuencia de 3, es decir, que de todas las preguntas sobre este tema, 3 estudiantes no respondieron ninguna correcta; el dato 0,25 se da con una frecuencia de 2, lo que indica que 2 estudiantes obtuvieron el 25% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,5 se da con una frecuencia de 14, lo que indica que 14 estudiantes

Análisis e interpretación de la información

obtuvieron el 50% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, o sea, la mitad. El dato 0,75 se da con una frecuencia de 3, lo que indica que 3 estudiantes obtuvieron el 75% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 3, lo que indica que 3 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

Números opuestos				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	,00	1	4,0	4,0
	,75	1	4,0	8,0
	,88	1	4,0	12,0
	1,00	22	88,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Tabla N°31

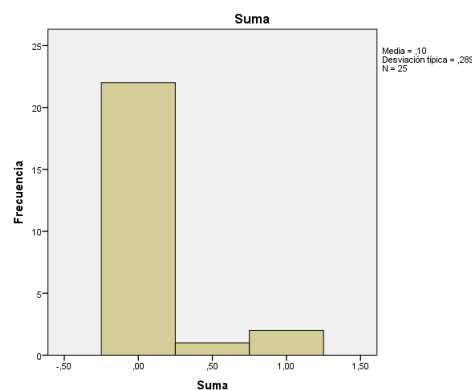


Gráfica N°56

En la tabla N°31 y en la gráfica N°56 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Números opuestos”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se obtuvo con una frecuencia de 1, es decir, que de todas las preguntas sobre este tema, 1 estudiante no respondió ninguna correcta; el dato 0,75 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 75% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,88 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 88% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 22, lo que indica que 22 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

Suma				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	,00	22	88,0	88,0
	,50	1	4,0	92,0
	1,00	2	8,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Tabla N°32



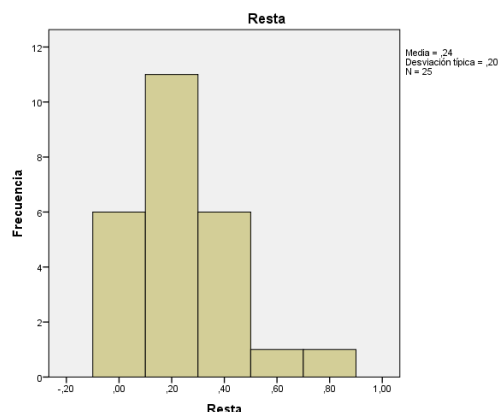
Gráfica N°57

Análisis e interpretación de la información

En la tabla N°32 y en la gráfica N°57 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Suma”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se obtuvo con una frecuencia de 22, es decir, que de todas las preguntas sobre este tema, 22 estudiantes no respondieron ninguna correcta; el dato 0,5 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 50% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 2, lo que indica que 2 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

Resta				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos				
,00	6	24,0	24,0	24,0
,20	11	44,0	44,0	68,0
,40	6	24,0	24,0	92,0
,60	1	4,0	4,0	96,0
,80	1	4,0	4,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Tabla N°33

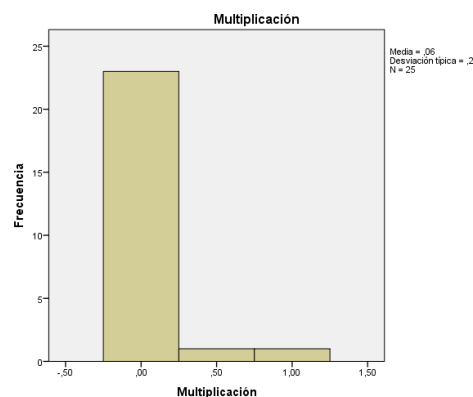


Gráfica N°58

En la tabla N°33 y en la gráfica N°58 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Resta”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se obtuvo con una frecuencia de 6, es decir, que de todas las preguntas sobre este tema, 6 estudiantes no respondieron ninguna correcta; el dato 0,2 se da con una frecuencia de 11, lo que indica que 11 estudiantes obtuvieron el 20% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,4 se da con una frecuencia de 6, lo que indica que 6 estudiantes obtuvieron el 40% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,6 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 60% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, El dato 0,8 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 80% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente.

Multiplicación				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos				
,00	23	92,0	92,0	92,0
,50	1	4,0	4,0	96,0
1,00	1	4,0	4,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Tabla N°34

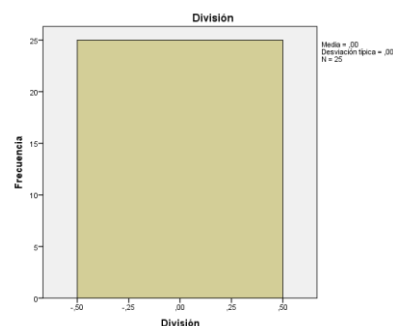


Gráfica N°59

En la tabla N°34 y en la gráfica N°59 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de "Multiplicación". Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se obtuvo con una frecuencia de 23, es decir, que de todas las preguntas sobre este tema, 23 estudiantes no respondieron ninguna correcta; el dato 0,5 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 50% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

División				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos				
,00	25	100,0	100,0	100,0

Tabla N°35



Gráfica N°60

En la tabla N°35 y en la gráfica N°60 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de "División". Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se obtuvo con una frecuencia de 25, es decir, que de todas las preguntas sobre este tema, 25 estudiantes no respondieron ninguna correcta, es decir, todos los estudiantes obtuvieron las respuestas fallidas a cerca de este tema.

Tabla N°37

En la tabla N°37 se pueden observar los datos estadísticos obtenidos de la muestra grupal (25 válidos), tomando como referencia cada tema:

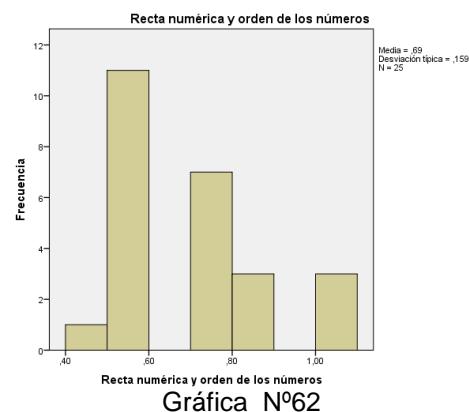
- Medidas de tendencia: Media, Mediana y Moda, entendidas respectivamente como el promedio del total de los datos, el valor central entre los datos y el dato más constante en la muestra.
- Desviación típica: El promedio de variación que hay por encima o por debajo del promedio central con respecto a cada dato.
- Mínimo y máximo: Entendidos como la probabilidad más baja y más alta de preguntas con respuestas acertadas dentro del general de la muestra.

A continuación, se muestran las tablas de frecuencias y los histogramas representativos de dichas frecuencias para cada tema en condición grupal para el postest.

Tabla de frecuencia

Recta numérica y orden de los números				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	,43	1	4,0	4,0
	,57	11	44,0	48,0
	,71	7	28,0	76,0
	,86	3	12,0	88,0
	1,00	3	12,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Tabla N°38



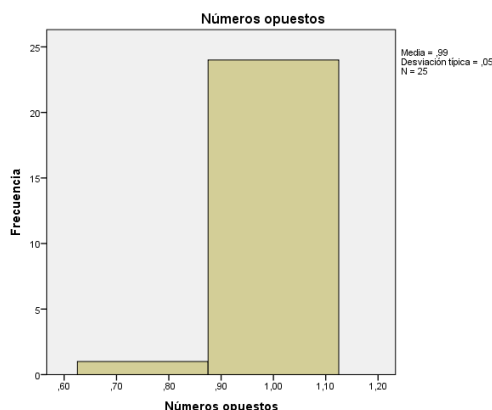
En la tabla N°38 y en la gráfica N°62 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Recta numérica y orden de los números”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0,43 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 43% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,57 se da con una frecuencia de 11, lo que indica que 11 estudiantes obtuvieron el 57% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,71 se da con una frecuencia de 7, lo que indica que 7 estudiantes obtuvieron el 71% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,86 se da con

Análisis e interpretación de la información

una frecuencia de 3, lo que indica que 3 estudiantes obtuvieron el 86% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 3, lo que indica que 3 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

Números opuestos				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos				
,75	1	4,0	4,0	4,0
1,00	24	96,0	96,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Tabla N°39

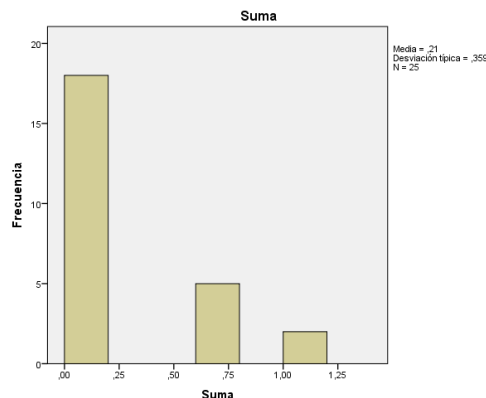


Gráfica N°63

En la tabla N°39 y en la gráfica N°63 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Números opuestos”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0,75 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 75% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, la mitad. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 24, lo que indica que 24 estudiantes de 22 obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

Suma				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos				
,00	18	72,0	72,0	72,0
,67	5	20,0	20,0	92,0
1,00	2	8,0	8,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Tabla N°40



Gráfica N°64

En la tabla N°40 y en la gráfica N°64 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Suma”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se da con una frecuencia de 18, lo que indica que 18 estudiantes no respondieron ninguna de las preguntas sobre este tema acertadamente. El dato 0,67 se da con una frecuencia de 5, lo que indica que 5 estudiantes obtuvieron el 67% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de

Análisis e interpretación de la información

2, lo que indica que 2 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

	Resta			
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos				
,20	1	4,0	4,0	4,0
,40	4	16,0	16,0	20,0
,60	4	16,0	16,0	36,0
,80	10	40,0	40,0	76,0
1,00	6	24,0	24,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

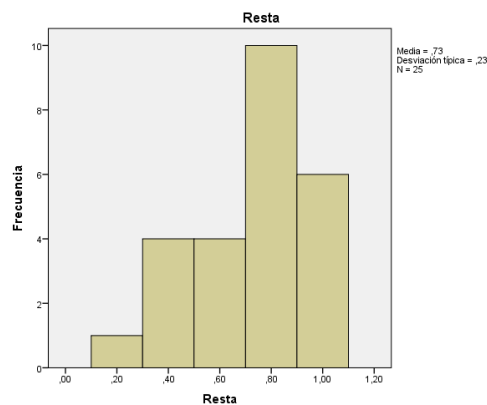


Tabla N°41

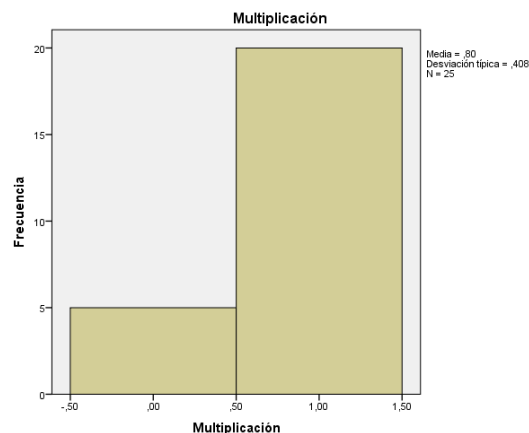
Gráfica N°65

En la tabla N°41 y en la gráfica N°65 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Resta”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0,2 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 20% de las preguntas sobre este tema acertadamente. El dato 0,4 se da con una frecuencia de 4, lo que indica que 4 estudiantes obtuvieron el 40% de las preguntas sobre este tema acertadamente. El dato 0,6 se da con una frecuencia de 4, lo que indica que 4 estudiantes obtuvieron el 60% de las preguntas sobre este tema acertadamente. El dato 0,8 se da con una frecuencia de 10, lo que indica que 10 estudiantes obtuvieron el 80% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 6, lo que indica que 6 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

	Multiplicación			
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos				
,00	5	20,0	20,0	20,0
1,00	20	80,0	80,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Tabla N°42

Gráfica N°66



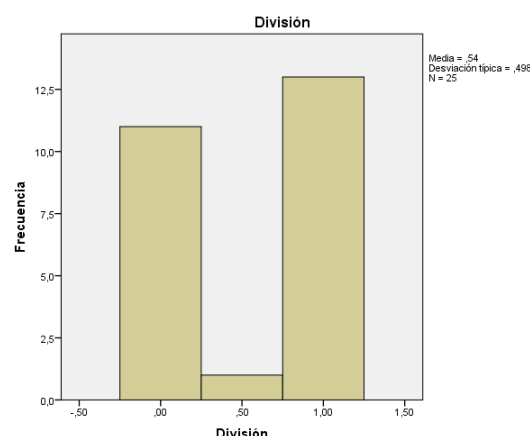
En la tabla N°42 y en la gráfica N°66 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Multiplicación”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se da con una frecuencia de 5, lo que

Análisis e interpretación de la información

indica que 5 estudiantes no respondieron ninguna de las preguntas sobre este tema acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 20, lo que indica que 20 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

	División			
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos				
,00	11	44,0	44,0	44,0
,50	1	4,0	4,0	48,0
1,00	13	52,0	52,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Tabla N°43

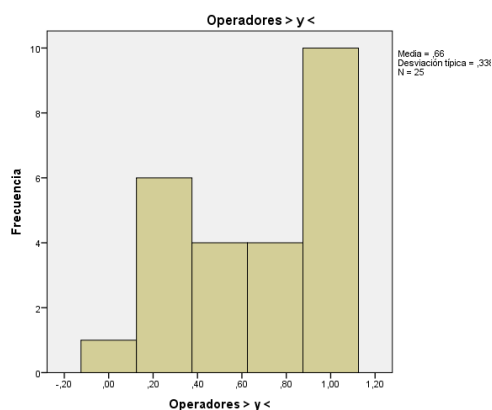


Gráfica N°67

En la tabla N°43 y en la gráfica N°67 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “División”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se da con una frecuencia de 11, lo que indica que 11 estudiantes no respondieron ninguna de las preguntas sobre este tema acertadamente. El dato 0,5 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante obtuvo el 50% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, la mitad. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 13, lo que indica que 13 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

	Operadores > y <			
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos				
,00	1	4,0	4,0	4,0
,25	6	24,0	24,0	28,0
,50	4	16,0	16,0	44,0
,75	4	16,0	16,0	60,0
1,00	10	40,0	40,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Tabla N°44



Gráfica N°68

En la tabla N°44 y en la gráfica N°68 se presenta la frecuencia con la que se obtuvo cada dato para el tema de “Operadores > y <”. Tanto en la tabla como en el histograma se puede observar que el dato 0 se da con una frecuencia de 1, lo que indica que 1 estudiante no respondió ninguna de las preguntas sobre este tema acertadamente. El dato 0,25 se da con una frecuencia de 6, lo que indica que 6

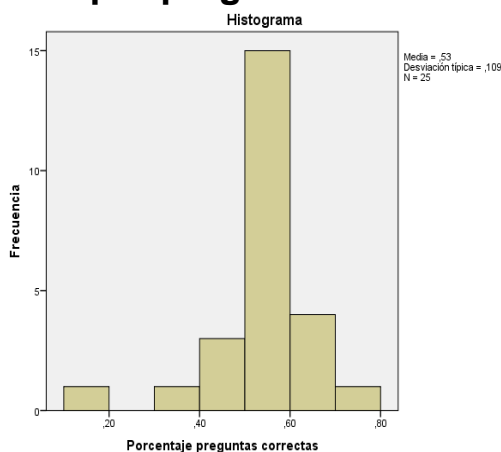
Análisis e interpretación de la información

estudiantes obtuvieron el 25% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. El dato 0,5 se da con una frecuencia de 4, lo que indica que 4 estudiantes obtuvieron el 50% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, la mitad. El dato 0,75 se da con una frecuencia de 4, lo que indica que 4 estudiantes obtuvieron el 75% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente. Finalmente, el dato 1,0 se da con una frecuencia de 10, lo que indica que 10 estudiantes obtuvieron el 100% de las preguntas sobre este tema respondidas acertadamente, es decir, todas.

6.2.3 Análisis de Frecuencias: pretest por preguntas correctas 7º2

Estadísticos		
Porcentaje preguntas correctas		
N	Válidos	25
	Perdidos	0
Media		,5280
Mediana		,5300
Moda		,50 ^a
Desv. típ.		,10935
Mínimo		,16
Máximo		,72
a. Existen varias modas. Se mostrará el menor de los valores.		

Tabla
Nº45



Gráfica Nº69

Porcentaje preguntas correctas					
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado	
Válidos	,16	1	4,0	4,0	4,0
	,38	1	4,0	4,0	8,0
	,41	1	4,0	4,0	12,0
	,47	2	8,0	8,0	20,0
	,50	5	20,0	20,0	40,0
	,53	5	20,0	20,0	60,0
	,56	3	12,0	12,0	72,0
	,59	2	8,0	8,0	80,0
	,63	3	12,0	12,0	92,0
	,69	1	4,0	4,0	96,0
	,72	1	4,0	4,0	100,0
	Total	25	100,0	100,0	

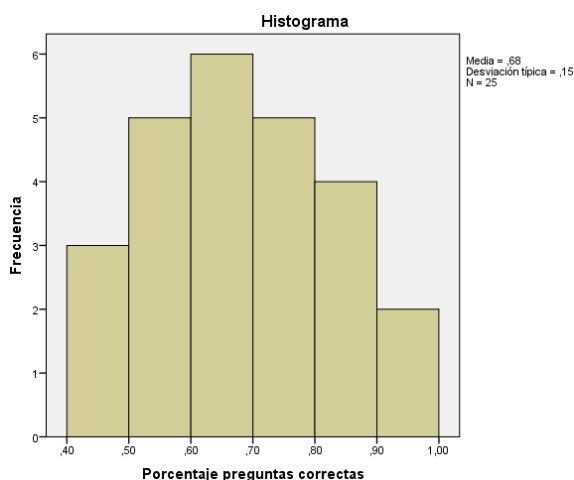
Tabla Nº46

En las tablas N°45 y N°46 y en la gráfica N°69 se pueden observar las medidas de tendencia para el total de los estudiantes con respecto a las preguntas con respuestas acertadas en el pretest, teniendo en cuenta la generalización de la prueba, es decir, sin discriminar por temas el rendimiento de la misma. También se muestra el promedio de desviación típica de los datos con respecto a la media y el mínimo y máximo que se refieren específicamente al valor menor y al valor mayor respectivamente entre los datos obtenidos en la prueba. De la misma manera se puede verificar cada dato y con qué frecuencia éste se da. También el porcentaje de equivalencia de cada dato y el porcentaje acumulado a medida que se aumenta el intervalo a analizar dentro de la muestra.

6.2.4 Análisis de Frecuencias: postest por preguntas correctas 7º2

Estadísticos		
Porcentaje preguntas correctas		
N	Válidos	25
	Perdidos	0
Media		,6756
Mediana		,6700
Moda		,67
Desv. típ.		,15006
Mínimo		,41
Máximo		,96

Tabla N°47



Gráfica N°70

Porcentaje preguntas correctas				
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
	,41	1	4,0	4,0
	,44	1	4,0	8,0
	,48	1	4,0	12,0
	,52	3	12,0	24,0
Válidos	,56	1	4,0	28,0
	,59	1	4,0	32,0
	,63	2	8,0	40,0
	,67	4	16,0	56,0
	,70	2	8,0	64,0

,74	2	8,0	8,0	72,0
,78	1	4,0	4,0	76,0
,81	2	8,0	8,0	84,0
,85	1	4,0	4,0	88,0
,89	1	4,0	4,0	92,0
,93	1	4,0	4,0	96,0
,96	1	4,0	4,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Tabla N°48

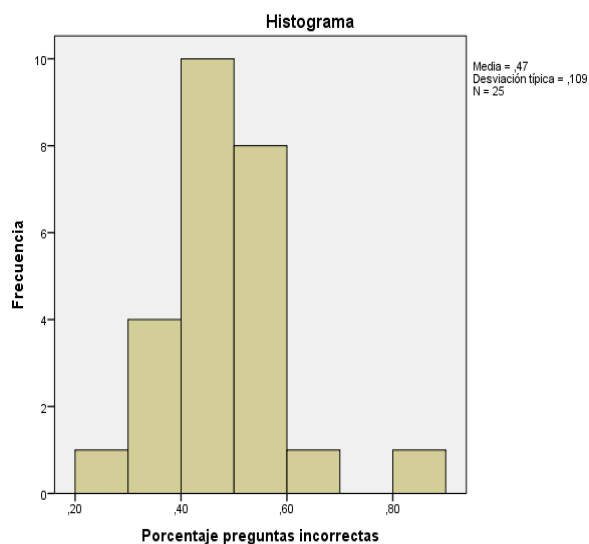
En las tablas N°47 y N°48 y en la gráfica N°70 se pueden observar las medidas de tendencia para el total de los estudiantes con respecto a las preguntas con respuestas acertadas en el postest, teniendo en cuenta la generalización de la prueba, es decir, sin discriminar por temas el rendimiento de la misma. También se muestra el promedio de desviación típica de los datos con respecto a la media y el mínimo y máximo que se refieren específicamente al valor menor y al valor mayor respectivamente entre los datos obtenidos en la prueba. De la misma manera se puede verificar cada dato y con qué frecuencia éste se da. También el porcentaje de equivalencia de cada dato y el porcentaje acumulado a medida que se aumenta el intervalo a analizar dentro de la muestra.

6.2.5 Análisis de Frecuencias: pretest por preguntas incorrectas

7°2

Estadísticos		
Porcentaje preguntas incorrectas		
N	Válidos	25
	Perdidos	0
Media		,4736
Mediana		,4700
Moda		,47 ^a
Desv. típ.		,10881
Mínimo		,28
Máximo		,84
a. Existen varias modas. Se mostrará el menor de los valores.		

Tabla N°49



Gráfica N°71

Porcentaje preguntas incorrectas

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
,28	1	4,0	4,0	4,0
,31	1	4,0	4,0	8,0
,38	3	12,0	12,0	20,0
,41	2	8,0	8,0	28,0
,44	3	12,0	12,0	40,0
,47	5	20,0	20,0	60,0
,50	5	20,0	20,0	80,0
,53	2	8,0	8,0	88,0
,59	1	4,0	4,0	92,0
,63	1	4,0	4,0	96,0
,84	1	4,0	4,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

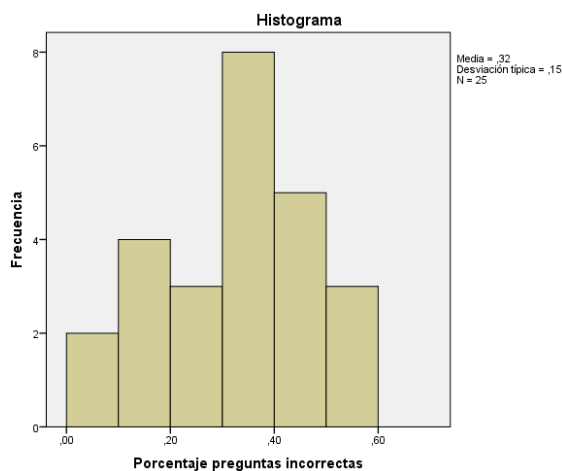
Tabla N°50

En las tablas N°49 y N°50 y en la gráfica N°71 se pueden observar las medidas de tendencia para el total de los estudiantes con respecto a las preguntas con respuestas incorrectas en el pretest, teniendo en cuenta la generalización de la prueba, es decir, sin discriminar por temas el rendimiento de la misma. También se muestra el promedio de desviación típica de los datos con respecto a la media y el mínimo y máximo que se refieren específicamente al valor menor y al valor mayor respectivamente entre los datos obtenidos en la prueba. De la misma manera se puede verificar cada dato y con qué frecuencia éste se da. También el porcentaje de equivalencia de cada dato y el porcentaje acumulado a medida que se aumenta el intervalo a analizar dentro de la muestra.

6.2.6 Análisis de Frecuencias: posttest por preguntas incorrectas 7º2

Estadísticos		
Porcentaje preguntas incorrectas		
N	Válidos	25
	Perdidos	0
Media		,3244
Mediana		,3300
Moda		,33
Desv. típ.		,15006
Mínimo		,04
Máximo		,59

Tabla N°51



Gráfica N°72

		Porcentaje preguntas incorrectas			
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
	,04	1	4,0	4,0	4,0
	,07	1	4,0	4,0	8,0
	,11	1	4,0	4,0	12,0
	,15	1	4,0	4,0	16,0
	,19	2	8,0	8,0	24,0
	,22	1	4,0	4,0	28,0
	,26	2	8,0	8,0	36,0
	,30	2	8,0	8,0	44,0
Válidos	,33	4	16,0	16,0	60,0
	,37	2	8,0	8,0	68,0
	,41	1	4,0	4,0	72,0
	,44	1	4,0	4,0	76,0
	,48	3	12,0	12,0	88,0
	,52	1	4,0	4,0	92,0
	,56	1	4,0	4,0	96,0
	,59	1	4,0	4,0	100,0
	Total	25	100,0	100,0	

Tabla N°52

En las tablas N°51 y N°52 y en la gráfica N°72 se pueden observar las medidas de tendencia para el total de los estudiantes con respecto a las preguntas con respuestas incorrectas en el postest, teniendo en cuenta la generalización de la prueba, es decir, sin discriminar por temas el rendimiento de la misma. También se muestra el promedio de desviación típica de los datos con respecto a la media y el mínimo y máximo que se refieren específicamente al valor menor y al valor mayor respectivamente entre los datos obtenidos en la prueba. De la misma manera se puede verificar cada dato y con qué frecuencia éste se da. También el porcentaje de equivalencia de cada dato y el porcentaje acumulado a medida que se aumenta el intervalo a analizar dentro de la muestra.

7 Conclusiones y recomendaciones

7.1 Conclusiones

A partir de los resultados de la implementación de la unidad didáctica aplicada a estudiantes de grado séptimo 1 y 2 de la Escuela Normal Superior de Aranzazu y sus análisis se puede concluir que:

La presentación de un contenido matemático, a través de una serie de actividades organizadas en forma de una secuencia estructurada, permite a los estudiantes lograr el paso de un nivel básico a uno más complejo; en este caso, de lo concreto, intuitivo y contextual.

Se logró una indagación sobre la construcción del número entero a partir de la significación del número negativo siendo una propuesta viable que inicia ideas prácticas y pedagógicas, que refuerzan el abordaje de este concepto matemático y que articula elementos orientados por los Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, al favorecer el desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes de grado séptimo relativo al significado del número y sus operaciones.

Los estudiantes presentaron avances conceptuales, al dar significado a lo negativo en diferentes contextos.

Hay algunas dificultades que surgen en la enseñanza de los números negativos, que son consecuencia del conocimiento previo sobre los positivos.

Se notó una mayor comprensión en el pretest en ambos grupos respecto a los números opuestos y a los operadores $>$ y $<$.

El posttest arrojó resultados muy satisfactorios, pues la unidad didáctica fue un excelente instrumento que ayudó a la comprensión del número entero negativo.

La unidad didáctica fue un instrumento bien diseñado y elaborado

En términos generales los resultados indican que la mayoría de los estudiantes tuvieron una buena conceptualización del número entero negativo.

Con este trabajo se logró acercar a los estudiantes al concepto del número entero negativo con la representación en la recta numérica, números opuestos, suma, resta, multiplicación, división, operadores $>$ y $<$

En términos generales se puede decir que la experiencia resultó muy positiva debido a que se logró avanzar en la introducción del concepto de número entero negativo.

7.2 Recomendaciones

- El diseño e implementación de una unidad didáctica para una introducción al número entero negativo desde una perspectiva didáctica, es valioso porque permite abordar a partir de los resultados en los estudios acerca de la problemática en los números enteros negativos hacer un análisis de problemas en el aprendizaje y enseñanza en matemáticas, que permita poner a prueba los hallazgos teóricos en el contexto educativo, para después de la implementación, analizar la información y evidenciar si aún se observan los mismos problemas antes expuestos y así tener un enfoque más amplio para crear estrategias que permitan llegar a resultados significativos acerca de este tema.
- Se recomienda hacer énfasis en la ley de los signos, pues se pudo detectar e que no se conoce y por ello no se sabe utilizar. Notándose el bajo desempeño en temas de suma y resta.
- Es muy importante la implementación de unidades didácticas con las características de la empleada en este trabajo, permiten una mayor comprensión de conceptos en cortos tiempos, son prácticas y agradables para los estudiantes.
- Se debe hacer mayor comprensión de los problemas con datos no explícitos. Los estudiantes no conocen como extraer los resultados de un problema determinado para poder hacer las operaciones respectivas con su correspondiente signo.
- Validar algunas dificultades reportadas por la investigación relacionadas con el paso del número natural al número negativo.
- Este trabajo es una práctica formativa pues parte de una búsqueda de referencias bibliográficas, que aportan elementos fundamentales en el reconocimiento de factores, como dificultades que se presentan en la conceptualización del número entero, especialmente en el número negativo, en particular cuando deben realizar operaciones con estos, al observar que la gran mayoría de los estudiantes cometen errores en la solución de los ejercicios y problemas propuestos, causando rechazo en el trabajo donde se involucren dichos números.
- Esta monografía es una contribución a la enseñanza del concepto número entero negativo, por medio de actividades lúdicas de trabajo en equipo e individual, tratando de encontrar la forma en que el aprendizaje de este concepto sea mucho más agradable y fácil para los estudiantes.

8 ANEXOS

8.1 Anexo N°1: Pretest números negativos



PRETEST NÚMEROS NEGATIVOS



1. Da el opuesto de cada uno de los siguientes números.

- a. $+5$ _____ b. $+8$ _____ c. -50 _____ d. -6 _____
e. $-n$ _____ f. 0 _____ g. -3 _____ h. -15 _____

2. Coloca el signo mayor que ($>$), menor que ($<$) o igual ($=$) entre las siguientes parejas de números según corresponda.

- a. 8 _____ 5 b. 2 _____ 6 c. 15 _____ -8 d. 0 _____ -7
e. -5 _____ -5 f. -3 _____ 0 g. 4 _____ -4 h. -3 _____ -3

3. Ordena de mayor a menor los siguientes números

- $-7, 5, 0, 20$ _____

4. Ordena de menor a mayor los siguientes números.

- $0, 5, -7, -1, 10$ _____

5. Realiza las siguientes sumas

- a. $(12) + (-4) =$ _____ b. $(3) + (-3) =$ _____
c. $(24) + (-10) =$ _____ d. $(80) + (-10) =$ _____

6. Efectúa las siguientes restas:

- a. $(+7) - (+1) =$ _____ b. $(-2) - (+5) =$ _____ c. $(+2) - (+4) =$ _____

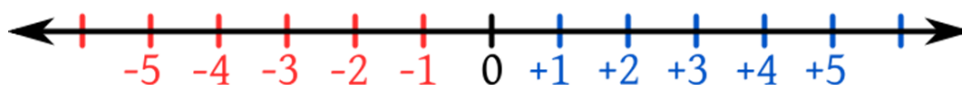
7. Realiza las siguientes multiplicaciones

- a. $(-4) (-2) (+3) =$ _____ b. $(-3) (-3) (-3) =$ _____

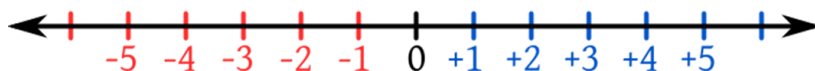
8. Efectúa la siguiente división.

- $(+8 - 14 + 20 - 8) \div (-2) =$ _____

9. Señala los números mayores que cero en la recta numérica



10. Señala los números menores que cero en la recta numérica



11. Calcula el cambio de temperatura sufrido en una región colombiana que pasó de $+20^{\circ}\text{C}$ a -2°C .

12. Un hombre que trabaja en un supermercado ordena las verduras que están en la cámara de conservación a 4°C y luego pasa a la cámara de carnes congeladas que está a -18°C . ¿Qué diferencia de temperatura soportó este hombre?



8.2 Anexo N°2: Unidad Didáctica

Unidad Didáctica

CONCEPTUALICEMOS EL NÚMERO ENTERO NEGATIVO

JUSTIFICACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

El hombre, desde épocas muy lejanas, tuvo la necesidad de contar y para hacerlo utilizó múltiples estrategias que le permitieron conocer sus pertenencias, realizar sus negocios y tecnificar sus actividades cotidianas. Fue así como surgieron, de manera primitiva, los números naturales para contar y realizar representaciones.

Con el paso del tiempo el hombre tuvo la necesidad de realizar otro tipo de representaciones como por ejemplo la ausencia de algo, deudas, direcciones contrarias, temperaturas muy bajas; fue así como surgieron los números negativos y, a pesar del largo periodo de tiempo que tardaron para ser aceptados como conjunto numérico, surgieron también sus operaciones.

En la actualidad, los estudiantes evidencian ciertas dificultades en la representación y realización de operaciones con números negativos. Con esta unidad didáctica se busca conceptualizar apropiadamente la noción de número negativo con estudiantes de séptimo grado y se pretende que la representación de los números negativos y las operaciones con ellos se realicen de manera correcta, eliminando las dificultades que usualmente se presentan en la manipulación de números negativos. Esto mejorará los procesos académicos en esta disciplina en grados séptimos y posteriores.

PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Tema: Representación y operaciones de números negativos
Nivel: Grado Séptimo
Población: Estudiantes grado séptimo de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Sagrado Corazón Aranzazu.
Materiales: Guías de aprendizaje, lecturas de apoyo, internet...

DESARROLLO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Objetivo de la unidad:

- Conceptualizar el número entero negativo con los estudiantes del grado séptimo.

Contenido:

- Conjunto de los números enteros
- La recta numérica
- Orden entre los números en la recta numérica.
- Ley de los signos
- Operaciones con números negativos: suma, resta, multiplicación y división.

Guía N° 01**¡ENTREMOS AL MARAVILLOSO MUNDO DE LOS NÚMEROS NEGATIVOS!****Indicadores de logro:**

- Representa los números enteros en la recta numérica.
- Ordena números teniendo en cuenta las características de la recta numérica.

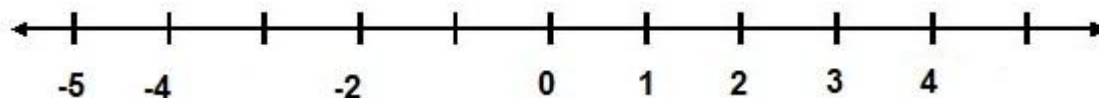
1. MOTIVACIÓN Y/O EXPLORACIÓN DE IDEAS PREVIAS**a. Responde los siguientes interrogantes**

- Si Miguel está en el nivel -5 de una mina y sube 4 niveles, ¿en qué nivel se encuentra? _____
- Esta mañana el termómetro marcaba -2°C . Ahora marca $+3^{\circ}\text{C}$. ¿Cuántos grados ha subido la temperatura? _____
- ¿Cómo se representan numéricamente siete grados bajo cero?

b. Lee detenidamente la siguiente situación

“En una ciudad el termómetro varió durante un día entre las siguientes temperaturas: Máxima: $+3^{\circ}\text{C}$. Mínima: -4°C .”

- Colorea en la recta numérica la variación de la temperatura.



- ¿Cuántos grados varió la temperatura durante el día? _____

2. CONSTRUCCION, RECONSTRUCCION Y/O ENRIQUECIMIENTO DEL SABER

Lee detenidamente el siguiente texto

LOS NÚMEROS ENTEROS.

El conjunto de los números enteros está formado por los enteros positivos, negativos y el cero.

1) Enteros positivos (los naturales, salvo el cero): son los números que tienen delante el signo + y los representamos por \mathbb{Z}^+

$$\mathbb{Z}^+ = \{+1, +2, +3, +4, \dots\}$$

Un entero positivo se puede representar con el signo (+) o sin ningún signo.

Por ejemplo: $\{+1, +2, +3, +4, \dots\} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

Podemos decir que $\mathbb{Z}^+ = \mathbb{Z}$

2) Enteros negativos: Son los números que tienen delante el signo (-) y los representamos por \mathbb{Z}^-

$$\mathbb{Z}^- = \{-1, -2, -3, -4, \dots\}$$

Lectura y escritura de un número entero negativo:

- -1 uno negativo o menos uno
- -10 diez negativo o menos diez

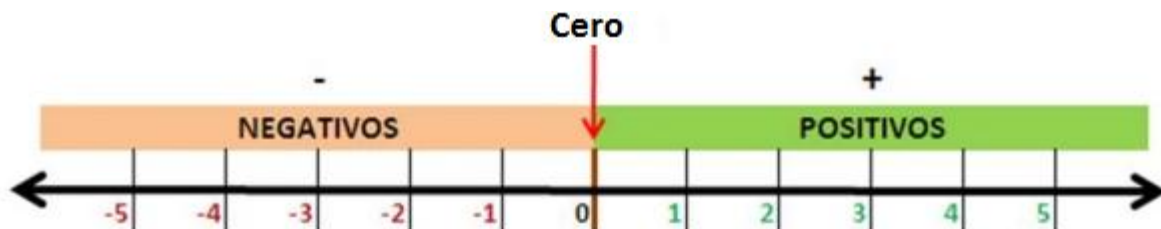
3) El cero: Número entero que no es positivo ni negativo.

Por lo tanto, el conjunto de los números enteros es la unión de tres conjuntos a saber:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1\} \cup \{0\} \cup \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

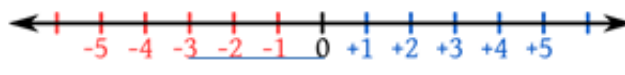
4) Representación de los números enteros como puntos en una recta.

Recta numérica: Para representar gráficamente los números enteros los asociamos a puntos en una línea recta extendida indefinidamente, en cada una de las dos direcciones ubicando el cero en la parte central de la línea y localizaremos puntos a la izquierda y derecha del cero. Así:



Números opuestos

Dos números enteros que se encuentran a la misma distancia del cero, pero en sentido contrario uno del otro, se denominan **números enteros opuestos**



5) Orden entre los números enteros

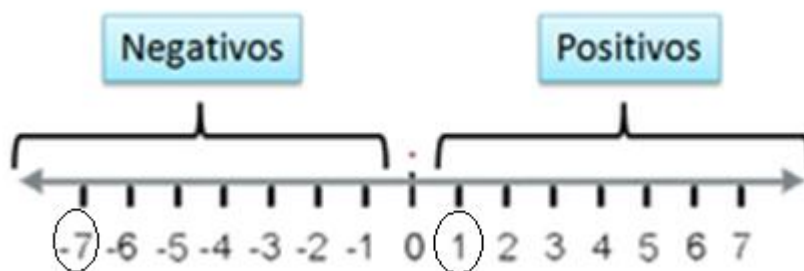
Utilizaremos los símbolos “<” y “>” para representar “es menor que” y “es mayor que”, respectivamente. El signo “=” para sustituir las palabras “es igual a”.

De acuerdo al orden de los números enteros sobre la recta numérica, podemos escribir:

$a < b$ a es menor que b, $a = b$ a es igual a b, $a > b$ a es mayor que b.

Para recordar

Un número es menor que otro si está a la izquierda de él en la recta numérica; y un número es mayor que otro número si está ubicado a la derecha de él en la recta numérica. Así -7 es menor que 1 porque está a la izquierda en la recta numérica. 1 es mayor que -7 porque está a la derecha en la recta numérica.



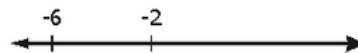
3. APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO:

a. Ubica los siguientes números en la recta numérica: 3, -5, 0, 5, -2, -4 y -6



b. Completa los siguientes enunciados

➤ -2 es mayor que -6 porque...



- -3 es menor 0 que porque...



- c. En las siguientes expresiones indica (V) si es verdadero o (F) si es falsa

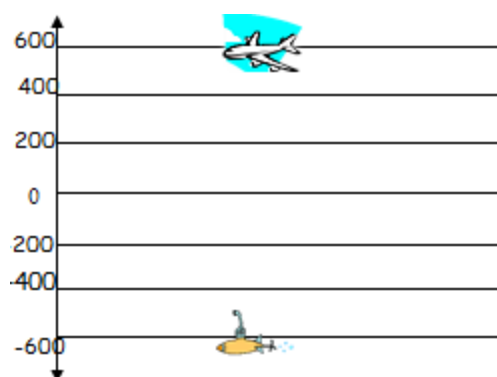
- El opuesto de un numero entero negativos es negativo ()
- El opuesto de un numero entero negativos es negativo ()
- El opuesto del opuesto de un numero entero negativos es positivo ()
- La distancia entre dos números opuestos es el doble de la distancia entre uno de los números y el cero. ()

- d. Coloca el signo mayor que (>), menor que (<) o igual (=) en el espacio según corresponda.

-7		-7
-14		14
-1		0
-101		-3
16		+16
-54		52
18		-36

-15		+2
-7		+9
+5		6
-13		15
-100		0
+10		-20
12		-22

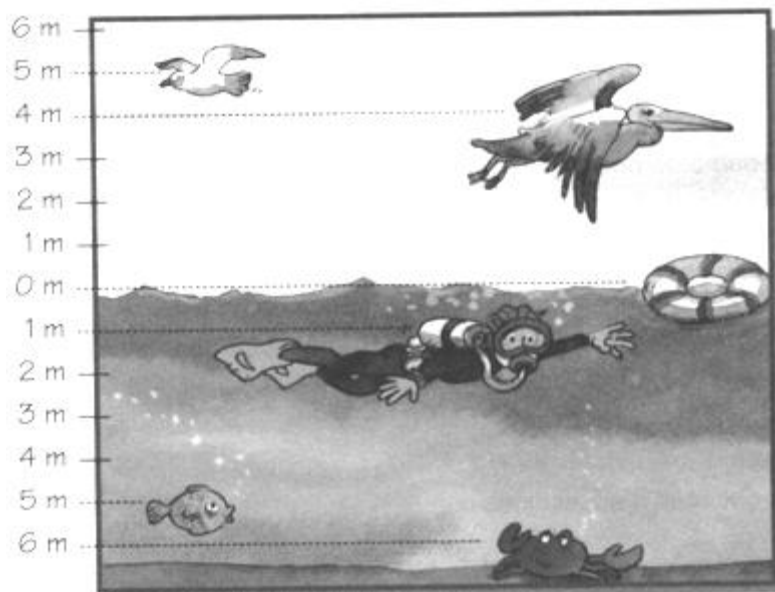
- e. Observa el siguiente gráfico y responde las preguntas



- ¿Qué está a mayor distancia del nivel del mar, el avión o el submarino?

- Si el submarino asciende 200 metros y el avión desciende 200 ¿a qué distancia queda uno del otro?

- f. Teniendo en cuenta la información presentada en el gráfico, completa cada uno de los enunciados.



- La gaviota está volando a _____ m _____ el nivel del mar.
- El niño está buceando a _____ m _____ el nivel del mar.
- El pez está nadando a _____ m
- El cangrejo se encuentra a _____ m
- El pelícano vuela a _____ m

4. EVALUACIÓN Y/O COMUNICACIÓN DEL CONOCIMIENTO

1. Da el opuesto de cada uno de los siguientes enteros.

- | | | | |
|---------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| a. 2 es _____ | b. 7 es _____ | c. - 5 es _____ | d. - 424 es _____ |
| e. 6 es _____ | f. - 2 es _____ | g. - 8 es _____ | h. 35 es _____ |

2. Coloca el signo correspondiente entre las siguientes parejas de números usar =, <, >

- | | | | |
|-----------------|---------------|----------------|----------------|
| a. -10 _____ -8 | b. -4 _____ 3 | c. -1 _____ -5 | d. 0 _____ +11 |
| e. - 3 _____ -7 | f. -9 _____ 9 | g. -86 _____ 0 | h. 7 _____ -7 |

3. Ordena de mayor a menor.

Anexos

- -7 , 5 , 0 , 20 _____
- 8 , 5, -1 , 0, 4, 17 _____
- 3, - 7 , -11 , -8 , 0 _____

4. Ordena de menor a mayor.

- 0, 5, -7, -1, 10 _____
- 6, -3, 3, 16, 0 _____
- -5, 3, -2, 1 _____

Guía N° 02

¡REALICEMOS OPERACIONES EMPLEANDO LOS NÚMEROS NEGATIVOS!

Indicadores de logro

- Representa adiciones y sustracciones en la recta numérica.
- Reconoce las propiedades de las operaciones de números enteros.
- Soluciona situaciones o problemas operando números negativos.

1. MOTIVACIÓN Y/O EXPLORACIÓN DE IDEAS PREVIAS

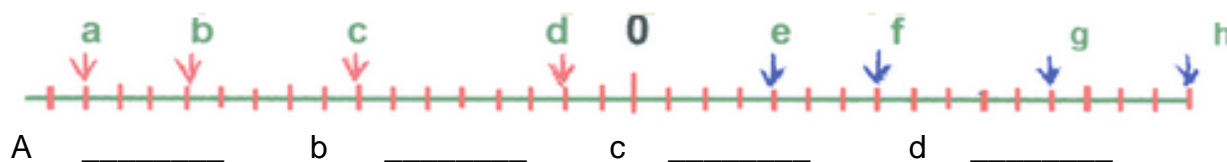
a. Relaciona los siguientes números con las letras que le corresponde en esta recta numérica:



+3 _____ -12 _____ -7 _____ -3 _____

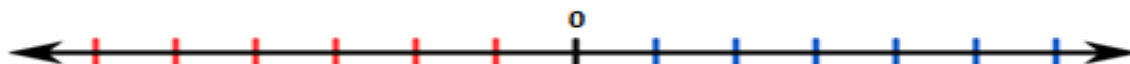
+14 _____ -17 _____ +18 _____ +10 _____

b. ¿A qué números enteros corresponden los puntos señalados en la siguiente recta?:



E _____ f _____ g _____ h _____

- c. Representa la siguiente situación en la recta numérica: “Partiendo del cero, recorra cuatro unidades a la derecha (+4), devuélvase hacia la izquierda cinco unidades (-5), avance a la derecha ocho unidades (8) y retroceda nueve unidades (-9). Señala el punto de la posición final.



2. CONSTRUCCION, RECONSTRUCCION Y/O ENRIQUECIMIENTO DEL SABER

Adición de números enteros.

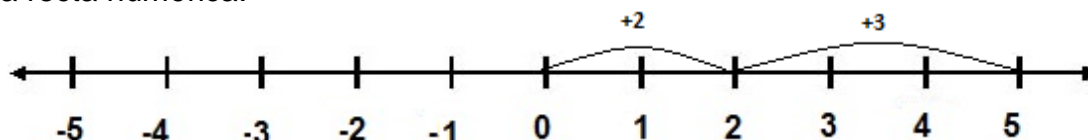
Veamos la suma geoméricamente sobre la recta numérica.

Caso 1: **Suma de números enteros de igual signo.** Se suman los números y su signo es el mismo.

Ejemplos:

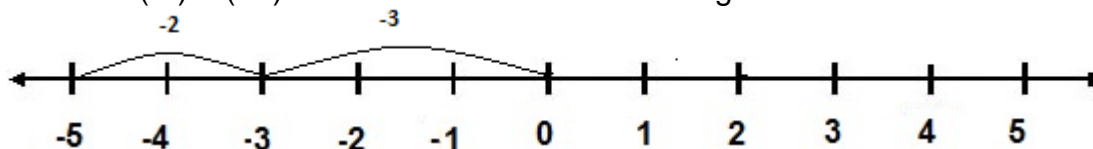
✓ Suma $2 + 3$

Solución: $2 + 3 = 5$ ambos sumandos son positivos, se ubican hacia la derecha en la recta numérica.



✓ Suma $(-3) + (-2)$

Solución: $(-3) + (-2) = -5$ ambos sumandos son negativos.

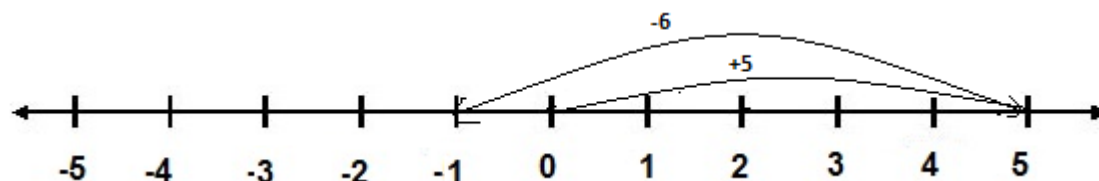


Caso 2: **Suma de dos números enteros de signos diferentes.** Se restan los números y su signo es igual al del número de mayor valor absoluto.

Ejemplos.

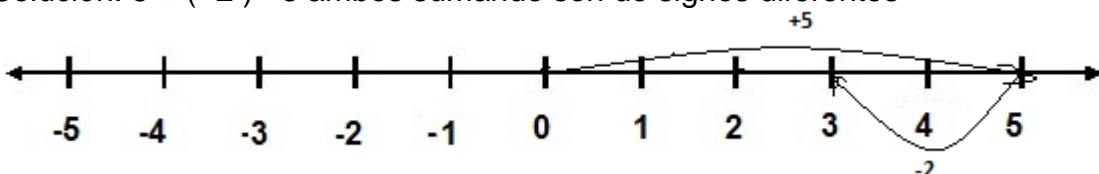
✓ Suma $5 + (-6)$

Solución: $5 + (-6) = -1$ ambos sumandos son de signos diferentes



✓ Suma $5 + (-2)$

Solución: $5 + (-2) = 3$ ambos sumando son de signos diferentes



Propiedades de la adición de \mathbb{Z}

Las propiedades de la adición en \mathbb{Z} son:

- Clausurativa: la suma de dos enteros es otro número entero. $2 + (-5) = -3$
- Conmutativa: el orden de los sumandos no altera la suma. $2 + (-3) = (-3) + 2$
- Asociativa: cuando se suman tres o más números, el resultado es el mismo independientemente del orden en que se suman los sumandos. $2 + (-5) + 4 = 2 + ((-5) + 4) = (2 + (-5)) + 4$
- Elemento neutro: en una adición cualquier número sumado con cero tiene como suma el mismo número. $2 + 0 = 2$, $(-4) + 0 = -4$
- Inverso aditivo u opuesto: dado cualquier número entero, existe otro número entero (llamado el inverso aditivo del primero) de tal forma que su suma es cero. $2 + (-2) = 0$

Sustracción de números enteros

Para restar dos números enteros, se le suma al minuendo, el opuesto o el inverso del sustraendo, o multiplicamos el signo de la operación por el signo del sustraendo y aplicamos las leyes de la adición de enteros. Así: $(-) \times (+) = -$, $(-) \times (-) = +$

Por ejemplo:

- Restar $10 - (-2) = 10 + 2 = 12$ como son positivos se suman
- Restar $-11 - (+6) = -11 - 6 = -17$ como son negativos se suman
- Restar $-7 - (6) = -7 - 6 = -13$ como son negativos se suman
- Restar $-20 - (-4) = -20 + 4 = -16$ como son de signos opuestos se restan y se coloca el signo del mayor

Multiplicación de números enteros

Para multiplicar números enteros debemos conocer la ley de los signos:

+	x	+	=	+
-	x	-	=	+
+	x	-	=	-
-	x	+	=	-

En la multiplicación signos iguales siempre dan positivo y signos diferentes siempre dan negativo.

Por ejemplo:

a. $(+6)(4) = +24$ b. $(-3)(-6) = +18$ c. $(+5)(-6) = -30$ d. $(-4)(+11) = -44$

Propiedades de la multiplicación de \mathbb{Z} :

Las propiedades de la multiplicación de \mathbb{Z} son:

- Clausurativa: El resultado de multiplicar dos números enteros es otro número entero. $(-5)(3) = -15$
- Conmutativa: El orden de los factores no altera el producto. $(-2)(5) = (5)(-2)$
- Asociativa: El modo de agrupar los factores no varía el resultado. $[(-2)(3)](4) = (-2)[(3)(4)]$
- Elemento neutro: el 1 es el elemento neutro de la multiplicación, porque todo número multiplicado por él da el mismo número. $(-5)(1) = -5$
- Propiedad absorbente: el cero es el elemento absorbente de la multiplicación. Al multiplicar un número entero por cero, se obtiene al cero como producto. $(-5)(0) = 0$

Propiedades que relacionan la multiplicación con otras operaciones:

- Propiedad distributiva con respecto a la adición: el producto de un número por una suma es igual a la suma de los productos de dichos números por cada uno de sus sumandos. $(-3)(2+5) = (-3)(2) + (-3)(5)$
- Propiedad distributiva con respecto a la sustracción: es parecida a la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma. Puedes restar los números y luego multiplicar, o puedes multiplicar y luego restar como se muestra a continuación. A esto se le llama "distribución del multiplicador. $5(6 - 3) = 5(6) - 5(3)$

División de números enteros.

Para dividir dos números enteros, se aplica la ley de los signos:

+	÷	+	=	+
-	÷	-	=	+
+	÷	-	=	-
-	÷	+	=	-

En la división signos iguales siempre dan positivos y signos diferentes siempre dan negativo.

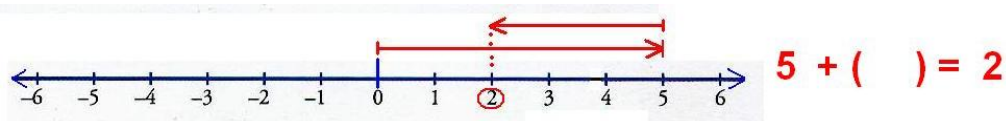
Por ejemplo:

- $(+12) \div (+3) = +4$
- $(-25) \div (-5) = +5$
- $(+30) \div (-5) = -6$
- $(-24) \div (+) = -4$

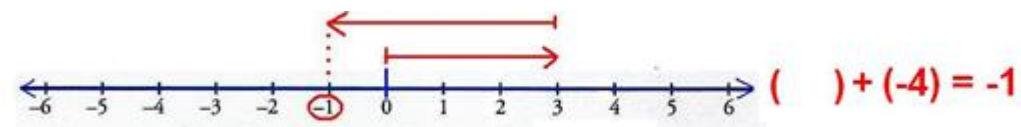
3. APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO :

1. Observa la recta numérica y determina el número faltante en el paréntesis.

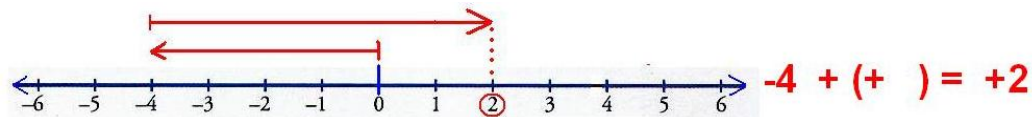
a.



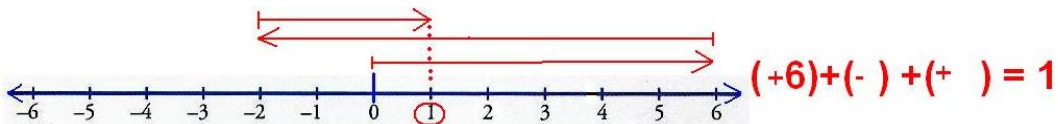
b.



c.

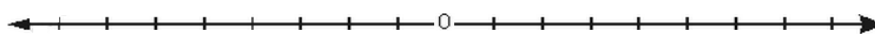


d.

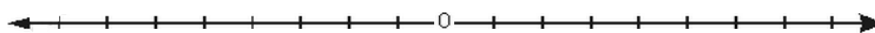


2. Representa las siguientes operaciones en la recta numérica

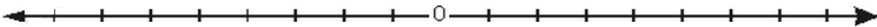
a. $3 + 5 - 4$



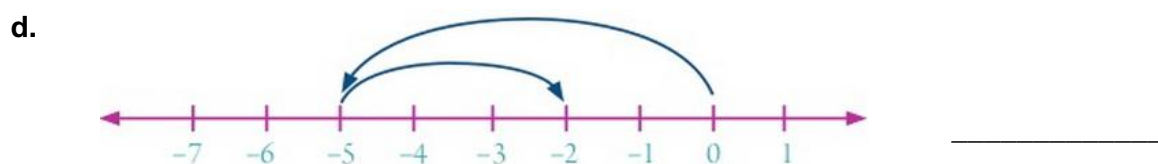
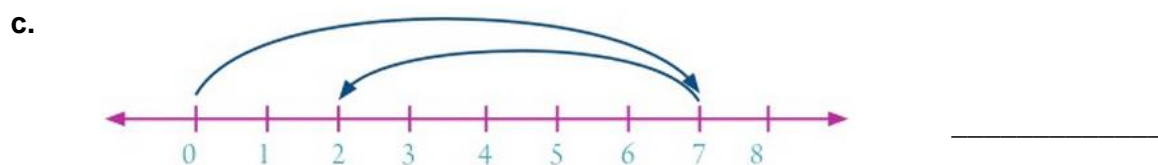
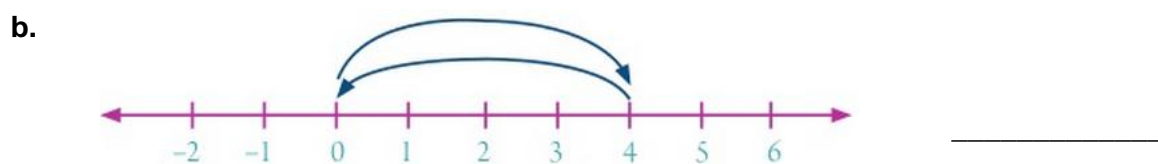
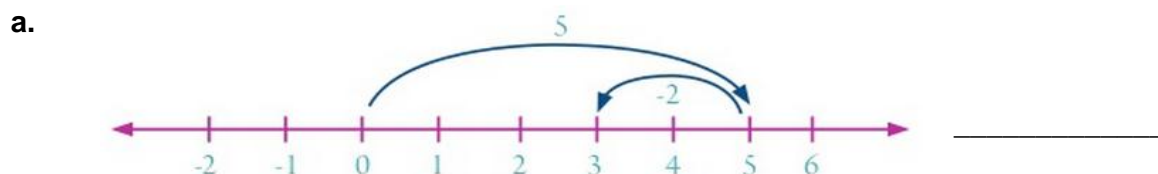
b. $5 - 2 - 1 + 3$



c. $4 - 5 - 2$ 

d. $8 - 6 - 4 + 6$ 

3. Observa cada una de las siguientes figuras y representa la operación que allí se indica.



4. Reemplaza el valor de la letra a y completa la tabla con los resultados que se obtienen en cada caso

a - 1	a	a + 1
	7	
	-5	
	-1	
	-100	
	-19	

5. Reemplaza cada letra por los valores dados y completa la tabla con el resultado en cada caso.

a	b	c	a + b	a + c	c + b
-2	2	1			
-1	4	2			

6. Completa los espacios en la siguiente tabla teniendo en cuenta el valor de las letras.

a	b	c	(a + b) - c	(a - c) + c	(b - c) + a
-5	4	-1			
8	-2	9			

7. Completa la siguiente tabla realizando las multiplicaciones indicadas.

x	-2	5	-6	8	-11	-8
-3						
0						
-8						
6						

8. Completa la siguiente tabla realizando las divisiones indicadas.

÷	-2	-4	-6	3	-7	-1
-10						
100						
-40						
-100						

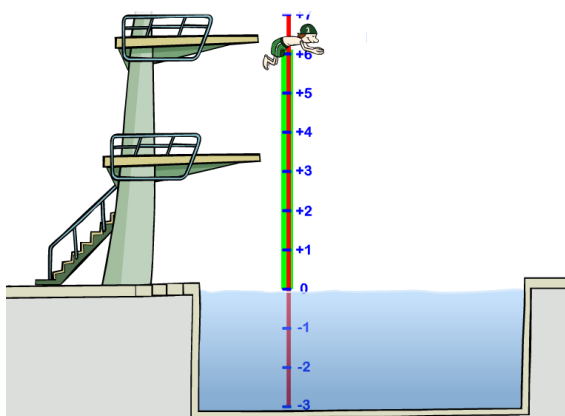
9. Lee detenidamente las siguientes situaciones y responde

- a. La temperatura de hoy fue de 6° sobre 0 en la tarde y 5° bajo 0 en la noche. ¿En cuántos grados varió la temperatura?

- b. La temperatura del aire baja según se asciende en la Atmósfera, a razón de 9°C cada 300 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de -81°C ?
-

- c. En un depósito hay 800 litros de agua. Por la parte superior un tubo vierte en el depósito 25 litros por minuto, y por la parte inferior por otro tubo salen 30 litros por minuto. ¿Cuántos litros de agua habrá en el depósito después de 15 minutos de funcionamiento?
-

- d. Observa el gráfico y responde



- ¿Cuál es la profundidad de la piscina?
-

- Si el hombre salta desde la plataforma de 7 metros de altura y desciende hasta el fondo de la piscina ¿Cuántos metros en total descendió?
-

- ¿A cuántos metros de altura aproximadamente se encuentra la plataforma más alta?
-

4. EVALUACION Y/O COMUNICACIÓN DEL CONOCIMIENTO

- a. Suma.

✓ $(12) + (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$	✓ $(3) + (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$	✓ $(-4) + (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$
✓ $(24) + (-10) = \underline{\hspace{2cm}}$	✓ $(80) + (-10) = \underline{\hspace{2cm}}$	✓ $(39) + (-26) = \underline{\hspace{2cm}}$
✓ $(8) + (5) = \underline{\hspace{2cm}}$	✓ $(-18) + (-9) = \underline{\hspace{2cm}}$	✓ $(-456) + 100 = \underline{\hspace{2cm}}$
✓ $(-4) + (1) = \underline{\hspace{2cm}}$	✓ $(-900) + 189 = \underline{\hspace{2cm}}$	✓ $(-317) + 250 = \underline{\hspace{2cm}}$
✓ $36 + 50 = \underline{\hspace{2cm}}$	✓ $(-20) + (5) = \underline{\hspace{2cm}}$	✓ $1235 + (-761) = \underline{\hspace{2cm}}$

- b. Di la propiedad aplicada en la suma de enteros.

- $5 + (-2) = -2 + (5)$ _____
- $-9 + 0 = -9$ _____
- $-7 + (-4) = -4 + (-7)$ _____
- $(-8 + 6) + 3 = -8 + (6 + 3)$ _____
- $(x + y) + z = x + (y + z)$ _____

- c. Efectúa las siguientes restas:

✓ $(+7) - (+1) = \underline{\hspace{2cm}}$	✓ $(-2) - (+5) = \underline{\hspace{2cm}}$	✓ $(+2) - (+4) = \underline{\hspace{2cm}}$
--	--	--

Anexos

✓ $(-1) - 0 =$ _____ ✓ $(-50) - (+29) =$ _____ ✓ $(-2) - (-2) =$ _____
 ✓ $(-10) - (-3) =$ _____ ✓ $0 - (-8) =$ _____ ✓ $(-20) - (-5) =$ _____
 ✓ $0 - (+72) =$ _____ ✓ $(+43) - (-36) =$ _____ ✓ $(+7) - (-7) =$ _____

d. Resuelve los siguientes problemas

- Si un automóvil avanzó 150 Km y luego retrocedió 100 Km. ¿Qué distancia recorrió?
- Si un submarino está a 100 m debajo del nivel del mar y desciende 150 m. ¿A qué profundidad llega?

e. Encuentre el producto de las siguientes multiplicaciones aplicando la regla.

• $(4)(5) = \underline{\hspace{2cm}}$ • $(3)(9) = \underline{\hspace{2cm}}$ • $(-7)(6) = \underline{\hspace{2cm}}$ • $(-4)(-5) = \underline{\hspace{2cm}}$
• $(1)(-8) = \underline{\hspace{2cm}}$ • $(-3)(-9) = \underline{\hspace{2cm}}$ • $(-8)(-9) = \underline{\hspace{2cm}}$ • $(-6)(6) = \underline{\hspace{2cm}}$
• $(-7)(2) = \underline{\hspace{2cm}}$ • $(10)(-4) = \underline{\hspace{2cm}}$ • $(-20)(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ • $(-15)(5) = \underline{\hspace{2cm}}$

f. Multiplica.

✓ $(-4)(-2)(+3) = \underline{\hspace{2cm}}$ ✓ $(-1)(-4)(+5)(+2) = \underline{\hspace{2cm}}$ ✓ $(-2)(-3)(-1)(-4)(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$

g. Indica la propiedad aplicada

- $(3)(7) = (7)(3)$
- $[(5)(2)](-3) = (5)[(2)(-3)]$
- $(-11) \cdot 0 = 0 \cdot (-11)$
- $(4)(-11)(-3) = (-11)(-3)(4)$
- $(27)(1) = 27$
- $(3+4)(-5) = (3)(-5) + (4)(-5)$

h. Efectúa las siguientes divisiones.

Efectúa la suma de los cocientes parciales obtenidos, luego, halla el cociente de las siguientes divisiones.

- $(+12 - 16 + 20) \div (2) =$ _____
- $(-5 + 20 - 15 + 35 - 85) \div (-5) =$ _____
- $(-15 + 12 - 18 + 21) \div (-3) =$ _____

8.3 Anexo N°3: Postest números negativos



POSTEST NÚMEROS NEGATIVOS



1. Da el opuesto de cada uno de los siguientes enteros.

- a. 10 _____ b. -1 _____ c. - 8 _____ d. 100 _____

2. Coloca el signo correspondiente entre las siguientes parejas de números, usar =, <, >

- a. -10 _____ 8 b. -5 _____ 6 c. -1 _____ 0 d. 8 _____ -8

3. Ordena de mayor a menor.

- 3, - 7 , -11 , -8 , 0 _____

4. Ordena de menor a mayor.

- -5, 3, -2, 1 _____

5. Realiza las siguientes sumas

- a. $(-317) + 250 =$ _____ b. $(-20) + (5) =$ _____ c. $1235 + (-761) =$ _____

6. Efectúa las siguientes restas:

- a. $(+6) - (+5) =$ _____ b. $(+9) - (+1) =$ _____ c. $(+7) - (-7) =$ _____

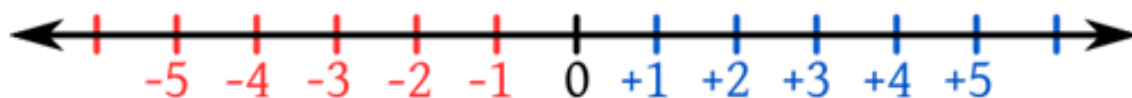
7. Realiza las siguientes multiplicaciones

- a. $(-2)(-3)(-1)(-4)(-1) =$ _____ b. $(-4)(-2)(+3) =$ _____

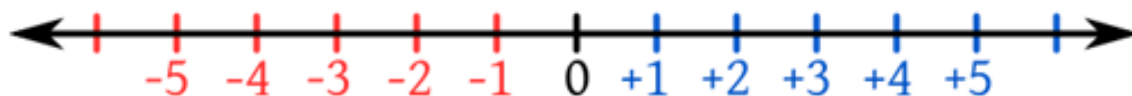
8. Efectúa las siguientes divisiones.

- a. $(+ 8 - 14 + 20 - 8) \div (- 2) =$ _____ b. $(- 8 - 12 + 16 - 20 + 24) \div (4) =$ _____

9. Señala los números positivos mayores que cero en la recta numérica



10. Señala los números negativos menores que cero en la recta numérica



11. Contesta F o V en cada uno de los siguientes enunciados.

- a. Todo número positivo es mayor que todo número negativo. ()
- b. De dos números negativos, es mayor el que está más cerca del cero. ()
- c. De dos números positivos, es mayor el que está más lejos del cero. ()

12. La temperatura en la ciudad A es de 15 grados sobre cero y en la ciudad B la temperatura es de 4 grados bajo cero. ¿Qué tiene que ocurrir para que la temperatura de la ciudad A sea igual a la de la ciudad B?

13. Un buzo se encuentra observando la variedad de peces a dos metros de profundidad y decide descender otros cinco metros. ¿Cuál es la posición después de este descenso?



9 Bibliografía

- Módulo Instruccional con Guías de Aprendizaje*. (2007). Recuperado el 05 de 02 de 2014, de El Conjunto de los Números Enteros: <http://html.rincondelvago.com/numeros-enteros.html>
- Ciencias y Matemáticas*. (2010). Recuperado el 27 de 02 de 2014, de ¿Para qué se usan los números positivos y negativos?: <https://es.answers.yahoo.com/question/index?qid=20130521114939AAuFNCf>
- Alonso, R. (1997). *Matemáticas 7º*. Buenos Aires Argentina: Santillana S.A.
- Antibi, A., & Brousseau, G. (2000). *La dé-transposition de connaissances scolaires, Recherches en Didactique des Mathématiques*.
- Artigue, M. (1990). 'Epistémologie et didactique', *Recherches en Didactique des Mathématiques*.
- Aula 365 Aprender diferente*. (s.f.). Recuperado el 10 de 02 de 2014, de Números Negativos: <http://www.aula365.com/numeros-negativos/>
- Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique*, Librairie Philosophique J. Vrin. Paris: Original .
- Bachelard, G. (1948). *La formación del espíritu científico* .
- Bachelard, G. (1986). *La formation de l'esprit scientifique*, Librairie Philosophique J. Paris: edición original: 1938.
- Barrantes, H. (2006). Los Obstáculos Epistemológicos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*(2).
- Boyé, A. (2010). *Algunos elementos de la historia de los números negativos*. Recuperado el 17 de 01 de 2014, de http://fundacionorotava.org/archivos%20adjuntos/publicaciones/otros_idiomas/Espanol/Penelope/Boye_negativos_es.pdf
- Brousseau, G. (1983). 'Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques', *Recherches en Didactique des Mathématiques*.
- Brousseau, G. (1989). *Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques*'. En N. Bednarz y C. Garnier (eds.), *Construction des savoirs. Obstacles et conflits*. Les Editions Agence d'ARC, Quebec,.

Bibliografía

- Brousseau, G. (1989). *Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques*. En N. Bednarz y C. Garnier (eds.), *Construction des savoirs. Obstacles et conflits*. Les Editions Agence d'ARC, Quebec.
- BROUSSEAU, G. (1989). *Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques*. En N. Bednarz y C. Garnier (eds.), *Construction des savoirs. Obstacles et conflits*. Les Editions Agence d'ARC, Quebec.
- Bruno, A. (1997). La enseñanza de los números negativos: aportaciones de una investigación. (29).
- Carnot, L. (1803). *Géométrie de position*, J.B.M. Duprat, Libraire pour les Mathématiques. París.
- Chevallard, Bosch, M., & Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*, ICE-Horsori. Barcelona .
- Cid, E. (2010). *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos*. Recuperado el 18 de 01 de 2014, de <http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/Negativos.pdf>
- Cid, E., & Bolea, P. (2007). *Diseño de un modelo epistemológico de referencia para introducir los números negativos en el entorno algebraico*. Recuperado el 14 de 01 de 2014, de Unirsidad de Zaragoza España: http://www4.ujaen.es/~aestepa/TAD_II/Comunicaciones_TAD_II/11%20-%20Cid&Bolea%20TAD%202.pdf
- Duroux, A. (1982). *La valeur absolue: difficultés majeures pour une notion mineure, memoria de DEA, Publications de l' IREM, Burdeos*.
- EcuRed. (29 de 05 de 2014). *Conocimiento con todos y para todos* . Recuperado el 29 de 05 de 2014, de Números negativos: http://www.ecured.cu/index.php/N%C3%BAmeros_negativos
- Estándares Básicos de Calidad*. (s.f.). Obtenido de Introducción Estándares de Matemáticas: <http://www.redes-cepalcala.org/inspector/DOCUMENTOS%20Y%20LIBROS/COMPETENCIAS/ESTANDARES%20DE%20MATEMATICAS.pdf>
- Gallardo, A. (1996). Qualitative analysis in the study of negative numbers Proceedings of the 20th International Conference of PME. Valencia.
- Gallardo, A. (2002). The extension of the natural-number domain to the integers in the transition from arithmetic to algebra, Educational Studies in Mathematics.
- Gallardo, A., & Abraham, H. (2010). *Historia versus enseñanza: los números negativos*. Recuperado el 16 de 01 de 2014, de CINVESTAV- IPN México: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig2/gallardo.pdf>

Bibliografía

- Gascón, J. (1993). *'Desarrollo del conocimiento matemático y análisis didáctico: del patrón de análisis-síntesis a la génesis del lenguaje algebraico', Recherches en Didactique des Mathématiques.*
- Glaeser, G. (1981). *Epistémologie des nombres relatifs, Recherches en Didactique des Mathématiques.*
- Lajón, D., & Lajón, R. (2005). *Matemática Séptimo Grado.* Panamá: Sibauste.
- Léonard, F., & Sackur, C. (1990). *'Connaissances locales et triple approche, une méthodologie de recherche', Recherches en Didactique des Mathématiques.*
- Lorente, A. (2011). Historia de los números enteros . *Curiosidades y revista .*
- Mcintosh, A. (1992). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática, Edición en castellano: Sociedad Andaluza de Educación Matemática.* Canadá.
- MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998). Santa Fe de Bogotá D.C.– Colombia: Ed. Magisterio.
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares para el área de matemáticas.* Santafé de Bogotá.
- MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Santa Fe de Bogotá D.C. – Colombia.: Ed. Magisterio.
- MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Santa Fe de Bogotá D.C. – Colombia.: Ed. Magisterio.
- Ministerio de Educación nacional. (1998). Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Bogotá.
- Mora, A. (01 de 06 de 2006). *Obstáculos epistemológicos que afectan el proceso de construcción de conceptos del área de ciencias en niños de edad escolar.* Recuperado el 17 de 01 de 2014, de <http://www.cientec.or.cr/exploraciones/ponenciaspdf/ArabelaMora2.pdf>
- Moreira, M., & Ilena, G. (2003). *Obstáculos representacionales mentales en el aprendizaje de conceptos cuánticos.* Recuperado el 20 de 01 de 2014, de <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/obstaculosrepresentacionales.pdf>
- Obando, G., & Vásquez, N. (s.f.). *Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica.* Obtenido de Encuentro Colombiano de Matemática Educativa: <http://funes.uniandes.edu.co/933/1/1Cursos.pdf>
- Peled, I. (1991). Levels of knowledge about signed numbers: effects of age and ability, Proceedings of the 15th International Conference of PME. Italia.

Bibliografía

- Rojas, J., & Ariza, A. (Mayo de 2013). *Propuesta didáctica para la enseñanza de los números enteros*. Recuperado el 15 de 01 de 2014, de Encuentro Colombiano de Matemática Educativa 14 encuentro Colombiano de Matemática Educativa: <http://ocs.asocolme.org/index.php/ECME/ECME14/paper/view/63>
- Schubring, G. (1986). *Ruptures dans le statut mathématique des nombres négatifs*, Petit x.
- Sierpinska, A. (1989). *Sur un programme de recherche lié à la notion d'obstacle épistémologique*. En N. Bednarz y C. Garnier (eds.), *Construction des savoirs. Obstacles et conflits*. Les Editions Agence d'ARC, Quebec.
- Blogdiario. (s.f.). *Desplazamientos en la recta numérica y operaciones con números enteros*. Recuperado el 8 de Junio de 2014, de <http://htor73.blogdiario.com/>
- Bruno Castañeda, A., & Martinón Cejas, A. (s.f.). *Contextos y estructuras en el parendizaje de los números negativos*. Recuperado el 8 de Junio de 2014, de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/16/009-018.pdf>
- EducaPlay. (s.f.). *Números enteros, sexto primaria*. Recuperado el 8 de Junio de 2014, de http://www.educaplay.com/es/recursoseducativos/4770/numeros_enteros_sexto_primaria.htm
- enteros, P. d. (s.f.). *Vitutor*. Recuperado el 8 de Junio de 2014, de http://www.vitutor.com/di/e/problemas_enteros.html
- López, N. Y. (s.f.). *Guía de aprendizaje N°3 - Pensamiento lógico*. Recuperado el 23 de Mayo de 2014, de <http://portalcolegiobellavista.com/Administrador/accionesMejora/SegundoPeriodo/Sexto/6TO%20MATEM%C3%81TICAS.pdf>
- Matemáticas, e. r. (s.f.). *Números enteros, ejercicios resueltos grado octavo*. Recuperado el 26 de Mayo de 2014, de <http://matematica1.com/category/numeros-enteros/>
- numérica, R. d. (s.f.). *Ntic Educación*. Recuperado el 15 de Mayo de 2014, de <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/conmates/actividades/jcloze34.htm>
- resueltos, M. -E. (s.f.). *Conjunto de los números enteros*. Recuperado el 20 de Agosto de 2014, de <http://matematica1.com/category/determinacion-y-representacion-de-los-numeros-enteros-en-la-recta-numerica/>
- Z, M. -C. (s.f.). *Grado 7 - 2 Comasaca*. Recuperado el 8 de Junio de 2014, de <http://grado7-2comasaca.blogspot.com/2011/09/acuerdense-de-la-tarea-de-matematicas.html>